



มหาวิทยาลัยศรีปทุม

รายงานการวิจัย

เรื่อง

การลงทะเบียนภาพไม่เป็นเชิงเส้นด้วยการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วย
และทินเพลทสไปน

NON-LINEAR IMAGE REGISTRATION USING DISCRETE
WAVELET TRANSFORM AND THIN PLATE SPLINE

มหาวิทยาลัยศรีปทุม
SRIPATUM UNIVERSITY

เพชร นันทิวัฒนา

งานวิจัยนี้ ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยศรีปทุม

ปีการศึกษา 2549

คำนำ

รายงานวิจัยนี้เป็นผลมาจากการสนับสนุนให้บุคลากรภายในมหาวิทยาลัยศรีปทุมได้มีโอกาสผลิตผลงานวิจัยที่มีคุณภาพและเผยแพร่ออกสู่ภายนอก โดยให้อาจารย์เสนอโครงการที่สำนักวิจัยซึ่งมีทั้งการวิจัยวิชาการและการวิจัยสถาบัน ทั้งนี้เพื่อให้คณาจารย์ได้พัฒนาความรู้และประสบการณ์ทางวิชาการอย่างต่อเนื่อง นอกจากนี้ยังเป็นแนวทางในการขอรับทุนอุดหนุนงานวิจัยจากหน่วยงานภายนอกและนำไปสู่การขยายกรอบความร่วมมือทางวิชาการกับหน่วยงานภายนอกต่อไป

งานวิจัยนี้เป็นการวิจัยวิชาการเพื่อพัฒนาการลงทะเบียนภาพไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งในที่นี้เป็นการประยุกต์ใช้การแปลงเวฟเล็ดแบบเต็มหน่วย ในการหาแลนมาร์คเพื่อใช้ในการหาสมการของการแปลงภาพ โดยใช้ทินเพลทสไปลน์ในการหาสมการของการแปลง ซึ่งวิธีที่นำเสนอเป็นวิธีแบบไม่ทำซ้ำทำให้ใช้เวลาในการประมวลผลน้อยกว่าวิธีแบบทำซ้ำ

ผู้วิจัยหวังเป็นอย่างยิ่งว่ารายงานวิจัยนี้จะเป็นประโยชน์ในการพัฒนางานวิชาการในด้านระบบไฟฟ้ากำลังต่อไป และหากมีข้อผิดพลาดประการใดผู้วิจัยต้องขออภัยไว้ ณ ที่นี้ด้วย และยินดีน้อมรับคำแนะนำเพื่อปรับปรุงแก้ไขต่อไป

นายเพชร นันทิวัฒนา

ผู้วิจัย

มกราคม 2551

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบคุณมหาวิทยาลัยศรีปทุมอย่างสูงที่ได้ให้การสนับสนุนงบประมาณทั้งหมดและได้ให้เวลาในการทำโครงการวิจัยนี้ รวมทั้งขอขอบคุณสำนักวิจัยที่ได้อำนวยความสะดวกและประสานงานอย่างดีเยี่ยมในการดำเนินโครงการวิจัยนี้ และขอขอบคุณรองศาสตราจารย์ ดร.มนัส สังวรศิลป์ ผู้ทรงคุณวุฒิที่ปรึกษางานวิจัย ที่ได้สละเวลาให้คำแนะนำในการแก้ไขปรับปรุงตลอดการดำเนินงานและการเขียนรายงานวิจัยนี้

Acknowledgements

The author highly acknowledges Sripatum University for fully support of this research. Thanks are also expressed to his colleagues in the Bureau of Research for their kind and crucial co-operations. The author also wishes to express his profound and sincere thanks to Associate Professor Dr. Manas Sangworasil, advisor of the research, for his valuable guidance and timely suggestions throughout the process of the research.

มหาวิทยาลัยศรีปทุม
SRIPATUM UNIVERSITY

หัวข้อวิจัย : การลงทะเบียนภาพไม่เป็นเชิงเส้นด้วยการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยและ
ทินเพลทสไปลอน์

ผู้วิจัย : นายเพชร นันทิวัฒนา

หน่วยงาน : ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีปทุม

ปีที่พิมพ์ : พ.ศ. 2551

บทคัดย่อ

งานวิจัยฉบับนี้นำเสนอวิธีการลงทะเบียนภาพไม่เป็นเชิงเส้นแบบไม่ทำซ้ำ โดยการประยุกต์ใช้การวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียด ด้วยการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยในการหาจุดแลนมาร์คจากคอนทราสต์ของขอบภาพ นำแลนมาร์คที่ได้จากการลดระดับความละเอียดมาหาเมตริกซ์ของการแปลงโดยใช้ทินเพลทสไปลอน์ เพื่อใช้ในการลงทะเบียนภาพ จากคุณสมบัติของการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วย และคุณสมบัติของทินเพลทสไปลอน์ วิธีการลงทะเบียนภาพวิธีนี้เป็นวิธีที่ให้ผลดีวิธีหนึ่ง ซึ่งสามารถใช้ได้กับภาพที่ถูกแปลงแบบเชิงเส้นและภาพที่ถูกแปลงแบบไม่เป็นเชิงเส้นได้

มหาวิทยาลัยศรีปทุม
SRIPATUM UNIVERSITY

คำสำคัญ : การลงทะเบียนภาพ การแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วย ทินเพลทสไปลอน์ แลนมาร์ค
คอนทราสต์

Research Title : Non-Linear Image Registration using Discrete Wavelet Transform and Thin Plate Spline

Name of Researcher : Mr. Petch Nantivatana

Name of Institution : Sripatum University, Bangkhen Campus

Year of Publication : B.E. 2551

ABSTRACT

This research introduces a non-iterative geometric-based method to register an image using a novel set of geometric landmarks residing on an extracted 2D contours from the image. These landmarks are intrinsic and computed from the differential geometry of the curve. This technique is based on contours and the discrete wavelet transform (DWT). The alignment is achieved by establishing correspondences between the landmarks after decomposed contour by discrete wavelet transform and undoing transformation which is a Thin plate spline. The experiments have shown that the proposed methods are robust under the linear image registration and non-linear image registration.

มหาวิทยาลัยศรีปทุม
SRIPATUM UNIVERSITY

Keywords : Image registration, Discrete Wavelet Transform, Thin Plate Spline, Landmark, Contour

สารบัญ

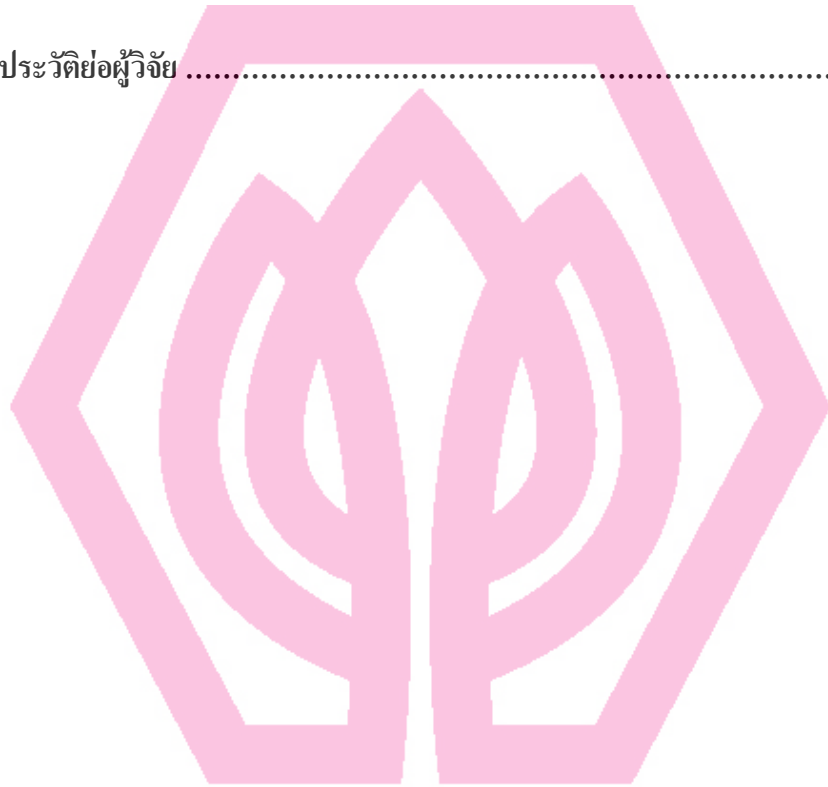
บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	2
1.3 คำถามการวิจัย	3
1.4 สมมุติฐานการวิจัย	3
1.5 ขอบเขตการวิจัย	2
1.6 นิยามศัพท์	3
2 วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง	5
2.1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรื่องที่วิจัย	5
2.1.1 ประเภทของการลงทะเบียนภาพ	5
2.1.1.1 วัตถุประสงค์เดียวกันและถ่ายภาพด้วยวิธีเดียวกัน	5
2.1.1.2 วัตถุประสงค์เดียวกันแต่ถ่ายภาพต่างวิธีกัน	5
2.1.1.3 วัตถุประสงค์ต่างกัน	6
2.1.2 การแปลงเชิงเรขาคณิต	7
2.1.2.1 การเลื่อนพิกัด	7
2.1.2.2 การสเกล	9
2.1.2.3 การหมุนวัตถุ	10
2.1.2.4 การเงื่อน	11
2.1.2.5 การฉายภาพ	12
2.1.2.5.1 การฉายภาพแบบตั้งฉาก	12
2.1.2.5.2 การฉายภาพแบบเพอร์สเปกทีฟ	14
2.2 ทฤษฎีที่รองรับ หรือกรอบความคิดทางทฤษฎี	16
2.2.1 ทฤษฎีพื้นฐานของการแปลงเวฟเล็ต	16
2.2.2 ทินเพลทสไปล์	29
2.3 ผลการวิจัยที่เกี่ยวข้อง	32
2.3.1 วิธีลงทะเบียนภาพแบบใช้จุดควบคุม	32

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2.3.2	วิธีลงทะเบียนภาพแบบโมเมนต์ 32
2.3.3	วิธีลงทะเบียนภาพแบบใช้ขอบภาพ 33
2.2.4	วิธีลงทะเบียนภาพแบบพิจารณาความเหมือนกันของภาพ 34
2.4	สรุป 34
3	ระเบียบวิธีการวิจัย 36
3.1	รูปแบบการวิจัย หรือแบบแผนการวิจัย 36
3.2	ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง 36
3.3	ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย 36
3.4	เครื่องมือการวิจัย 37
3.5	กระบวนการคำนวณในงานวิจัย 37
3.5.1	การหาคอนทราสต์ของภาพด้วยวิธีคอนทราสต์โฟลโลเวอร์ 38
3.5.2	การอินเทอร์โพเลทคอนทราสต์ 39
3.5.3	การหาแลนมาร์คด้วยการแปลงเวฟเล็ทแบบเต็มหน่วย 39
3.5.4	การหาเมตริกซ์ของการแปลง 42
3.5.5	การหาค่าผิดพลาดของการลงทะเบียนภาพ 42
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 43
4.1	การทดสอบการลงทะเบียนภาพจากคอนทราสต์ของขอบภาพ 43
4.1.1	การทดสอบการลงทะเบียนภาพจากการแปลงรีจิด 43
4.1.2	การทดสอบการลงทะเบียนภาพจากการแปลงสีมิลาริตี 44
4.1.3	การทดสอบการลงทะเบียนภาพจากการแปลงแอฟไฟน์ 45
4.2	การทดสอบผลของเวฟเล็ทแม่ต่อการลงทะเบียนภาพ 47
4.3	การทดสอบการลงทะเบียนภาพจากภาพถ่ายวัตถุ 52
4.4	การทดสอบการลงทะเบียนภาพจากภาพทางการแพทย์ 58
4.5	การทดสอบการประยุกต์ใช้ในการจำแนกตัวอักษร 62
5	สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 65

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
บรรณานุกรม	66
ประวัติย่อผู้วิจัย	68



มหาวิทยาลัยศรีปทุม
SRIPATUM UNIVERSITY

สารบัญภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
2.1 ภาพถ่าย MRI	5
2.2 ภาพถ่าย MRI และ SPECT	6
2.3 แสดงภาพผลลัพธ์ของการลงทะเบียนภาพถ่ายทางอากาศและแผนที่	6
2.4 ส่วนประกอบของระบบพิกัดโฮโมจีเนียส	8
2.5 การเลื่อนจุดกึ่งกลางของปริมาตรต้นฉบับมายังจุดกำเนิด	9
2.6 การสเกลวัตถุ	10
2.7 การแปลงแบบหมุนรอบแกนทั้งสาม	11
2.8 การเลื่อนโดยสัมพันธ์กับค่า z เมื่อ $Sh_{xz} = 0$ และ $Sh_{xy} = 1$	12
2.9 แสดงการฉายภาพลงบนระนาบ $x=0, y=0$ และ $z=0$	13
2.10 การฉายภาพแบบเพอร์สเปกทีฟ	14
2.11 แสดงรูปคลื่นชานน์ และ Daubechies Wavelet	18
2.12 แสดงสเปซย่อย V_j ใน $L^2(R)$ ตามนิยามของการวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียด	19
2.13 แสดงสเปซย่อย W_j ใน $L^2(R)$	20
2.14 Haar และ Triangle Scaling Function	24
2.15 แสดง Haar และ triangle function	26
2.16 แสดง Two-band Analysis Filter Bank ของการแปลงเวฟเล็ตจากระดับความละเอียด $j+1$ ไปยังระดับความละเอียด j	28
2.17 แสดง Two-Band Analysis Filter Bank ของการแปลงเวฟเล็ตจากระดับความละเอียด j ไปยังระดับความละเอียด $j+J$	28
2.18 ช่วงความถี่ (Frequency Bands) ของการแปลงเวฟเล็ตจากระดับความละเอียด j ไปยังระดับความละเอียด $j-J$	29
2.19 ช่วงความถี่ของการแปลงเวฟเล็ตจากระดับความละเอียด j ไปยังระดับความละเอียด $j-2$	29
2.20 ภาพแสดงจุดสอดคล้องและผลการวาร์ปด้วยกระบวนการทินเพลทสไปล์น	30
3.1 โพลซาร์จแสดงกระบวนการคำนวณ	37
3.2 ตัวอย่างคอนทัวร์ของภาพถ่ายที่หาได้จากวิธีคอนทัวร์โพลโลเวอร์	38

สารบัญภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
3.3 แสดงการอินเทอร์โพลेटด้วยคิวบิกสไปไลน์	39
3.4 แสดงการย้ายจุดศูนย์กลางภาพมายังจุดเซ็นทรอย	41
3.5 ผลการลดระดับความละเอียดของคอนทราสต์ที่ระดับต่างๆ	41
4.1 ผลการลงทะเบียนภาพจากคอนทราสต์ของขอบภาพที่แปลงรีจิด	44
4.2 ผลการลงทะเบียนภาพจากคอนทราสต์ของขอบภาพที่แปลงสีมิลาไรตี้	45
4.3 ผลการลงทะเบียนภาพจากคอนทราสต์ของขอบภาพแปลงแอฟไลน์	46
4.4 คอนทราสต์ของขอบภาพที่ใช้ในการทดสอบ	47
4.5 การลดระดับความละเอียดของคอนทราสต์ของขอบภาพที่ระดับที่ 6	48
4.6 การลดระดับความละเอียดของคอนทราสต์ของขอบภาพที่ระดับที่ 5	48
4.7 การลดระดับความละเอียดของคอนทราสต์ของขอบภาพที่ระดับที่ 4	49
4.8 การลดระดับความละเอียดของคอนทราสต์ของขอบภาพที่ระดับที่ 3	50
4.9 การลดระดับความละเอียดของคอนทราสต์ของขอบภาพที่ระดับที่ 2	50
4.10 ผลการลงทะเบียนภาพที่ระดับความละเอียดที่ 2	51
4.11 ผลการลงทะเบียนภาพจากคอนทราสต์เริ่มต้น	52
4.12 ภาพที่ใช้ในการทดสอบ	53
4.13 คอนทราสต์ของขอบภาพที่ใช้ในการทดสอบ	53
4.14 ผลการลงทะเบียนภาพจากภาพถ่ายสีมิลาไรตี้	54
4.15 ผลของการลงทะเบียนภาพจากภาพถ่ายแอฟไลน์	55
4.16 ผลการลงทะเบียนภาพจากภาพถ่ายเพอร์สเปกทีฟที่มุม 15 องศา	56
4.17 ผลการลงทะเบียนภาพจากภาพถ่ายเพอร์สเปกทีฟที่มุม 30 องศา	57
4.18 ภาพที่นำมาลงทะเบียนภาพแบบวัดจุดชนิดเดียวกันและถ่ายภาพด้วยวิธีเดียวกัน	58
4.19 ผลการลงทะเบียนภาพแบบวัดจุดชนิดเดียวกันและถ่ายภาพด้วยวิธีเดียวกัน	60
4.20 ภาพที่นำมาลงทะเบียนภาพแบบวัดจุดชนิดเดียวกันและถ่ายภาพต่างวิธีกัน	60
4.21 ผลการลงทะเบียนภาพแบบวัดจุดชนิดเดียวกันและถ่ายภาพต่างวิธีกัน	61
4.22 ภาพตัวอักษรที่ใช้ในการทดสอบ	62
4.23 ผลการทดสอบการลงทะเบียนภาพ	63

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การลงทะเบียนภาพ (Image Registration) เป็นวิธีการประมวลผลภาพทางคอมพิวเตอร์ โดยทำการจัดวางภาพตั้งแต่ 2 ภาพขึ้นไปลงบนระนาบเดียวกันอย่างสอดคล้องกัน ทำให้สามารถดูรายละเอียดของภาพเหล่านั้นได้ในขณะเดียวกัน ด้วยเหตุนี้เองการลงทะเบียนภาพจึงถูกนำไปใช้อย่างแพร่หลายในการวิเคราะห์ภาพทางการแพทย์เพื่อวินิจฉัยโรคต่างๆ เช่น การวิเคราะห์การเจริญเติบโตของเนื้อเยื่อมะเร็ง หรือใช้ในการวางแผนการจัดฟัน เป็นต้น นอกจากนี้แล้วการลงทะเบียนภาพยังถูกนำไปใช้ลงทะเบียนภาพระหว่างภาพถ่ายทางอากาศและแผนที่

เนื่องจากได้มีการศึกษาการลงทะเบียนมาเป็นเวลากว่าสิบปี ทำให้วิธีการลงทะเบียนภาพในปัจจุบันมีอยู่หลายวิธี ซึ่งแต่ละวิธีก็มีข้อดีข้อเสียแตกต่างกัน จะพบว่าวิธีการลงทะเบียนภาพแบบใช้จุดแลนมาร์ค เป็นวิธีที่สามารถประมวลผลได้อย่างรวดเร็วเนื่องจากไม่มีกระบวนการทำซ้ำ ซึ่งในปัจจุบันจุดแลนมาร์คของภาพแต่ละภาพนั้นสามารถหาได้หลายวิธี เช่น การกำหนดตำแหน่งโดยมนุษย์หรือหาโดยอัตโนมัติ ซึ่งการกำหนดตำแหน่งโดยมนุษย์นั้นจำเป็นต้องอาศัยผู้เชี่ยวชาญและความแม่นยำในการกำหนดจุดอย่างมาก ส่วนแลนมาร์คแบบอัตโนมัติที่ใช้กันในปัจจุบันจะใช้ลักษณะเด่นของภาพนั้นๆ เช่น จุดเปลี่ยนเว้า (Inflection points) คือจุดที่มีค่าความโค้งเป็นศูนย์ และจุดที่มีค่าความโค้งสูงสุด (Maximum Curvature)

งานวิจัยฉบับนี้นำเสนอการลงทะเบียนภาพแบบใช้จุดควบคุม (Control-point based registration) โดยการหาแลนมาร์คแบบอัตโนมัติ โดยการประยุกต์ใช้การแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วย ซึ่งในการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยนั้น มีคุณสมบัติในการวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียด โดยใช้การแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยกับคอนทัวร์ของขอบภาพ เพื่อลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพลง และใช้จุดของคอนทัวร์ของขอบภาพที่ระดับความละเอียดที่ต่ำลงมา เป็นจุดแลนมาร์คในการหาพารามิเตอร์ของการแปลง จุดแลนมาร์คที่ได้จากการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยนั้น จะเป็นค่าโดยประมาณของคอนทัวร์ของขอบภาพนั้น ซึ่งลดความละเอียดในส่วน of รายละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพออกไป ทำให้เหลือแต่ลักษณะเด่นหรือ โครงสร้างหลักของคอนทัวร์ของขอบภาพนั้นๆ

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

วัตถุประสงค์ของการวิจัยนี้คือ

- เพื่อศึกษาการลงทะเบียนภาพแบบอัตโนมัติโดยใช้จุดแลนมาร์กที่ได้จากการแปลงเวฟเล็ดแบบเต็มหน่วย
- เพื่อศึกษาการใช้ทึนเพลทสไปลีน (Thin Plate Spline) ในการหาพารามิเตอร์ของการแปลงภาพแบบไม่เป็นเชิงเส้น

1.3 คำถามการวิจัย

- การลดระดับความละเอียดของคอนทราสต์ของขอบภาพโดยใช้การแปลงเวฟเล็ดแบบเต็มหน่วยนั้นสามารถใช้เป็นจุดแลนมาร์กได้หรือไม่
- เวฟเล็ดแม่ต่างกันจะให้ผลในการลงทะเบียนภาพเป็นอย่างไร

1.4 สมมุติฐานการวิจัย

วิธีการลงทะเบียนภาพแบบใช้จุดแลนมาร์ก เป็นวิธีที่สามารถประมวลผลได้อย่างรวดเร็ว เนื่องจากไม่มีกระบวนการทำซ้ำ ซึ่งในปัจจุบันจุดแลนมาร์กของภาพแต่ละภาพนั้นสามารถหาได้หลายวิธี ซึ่งวิธีที่ใช้การลดระดับความละเอียดของขอบภาพโดยใช้การแปลงเวฟเล็ดแบบเต็มหน่วย จุดแลนมาร์กที่ได้จากการแปลงเวฟเล็ดแบบเต็มหน่วยนั้น จะเป็นค่าโดยประมาณของคอนทราสต์ของขอบภาพนั้น ซึ่งลดความละเอียดในส่วนจางของรายละเอียดของคอนทราสต์ของขอบภาพออกไป ทำให้เหลือแต่ลักษณะเด่นหรือโครงสร้างหลักของคอนทราสต์ของขอบภาพนั้นๆ และใช้จุดแลนมาร์กที่ได้ในการหาพารามิเตอร์ของการแปลงภาพ

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

1. ในงานวิจัยนี้จะทำการเปรียบเทียบผลการลงทะเบียนภาพจากภาพถ่าย 2 มิติที่ทำการถ่ายภาพในแบบต่างๆ ซึ่งสอดคล้องกับการแปลงเชิงเรขาคณิตของภาพ
2. หาพารามิเตอร์ของการแปลงภาพด้วยวิธีทึนเพลทสไปลีนประกอบด้วย
 - การเลื่อนภาพ (Translation)
 - การหมุนภาพ (Rotate)
 - การย่อ/ขยายภาพ (Scale)
 - การเฉือนภาพ (Shear)
 - การฉายภาพ (Projection)

3. การลดระดับความละเอียดของขอบภาพด้วยการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วย โดยเลือกใช้เวฟเล็ตแม่แบบต่างๆประกอบด้วย

- Haar
- Daubechies
- Symlets
- Coiflets

1.6 นิยามศัพท์เฉพาะ

Image Registration

วิธีการประมวลผลภาพทางคอมพิวเตอร์ โดยทำการจัดวางภาพตั้งแต่ 2 ภาพขึ้นไปลงบนระนาบเดียวกันอย่างสอดคล้องกัน ทำให้สามารถดูรายละเอียดของภาพเหล่านั้นได้ในขณะเดียวกัน

Geometric Transform

การแปลงเชิงเรขาคณิตของภาพ ประกอบด้วย การเลื่อน การหมุน การย่อ/ขยาย การเอียง และการฉาย

Thin Plate Spline

เป็นฟังก์ชันซึ่งทำหน้าที่แปลงพิกัดที่รับเข้ามาโดยการประมาณค่าในช่วงพื้นผิว (surface interpolation) ที่มีลักษณะเหมือนแผ่นโลหะบาง (thin metal plate) ตามพิกัดเป้าหมายที่กำหนด โดยให้ผลลัพธ์ที่เรียบต่อเนื่องไม่ขาดตอน (Smooth function)

Contour

เป็นเส้นโครงร่างของขอบภาพบนภาพ จะสนใจเฉพาะส่วนที่เป็นขอบภาพของวัตถุที่สนใจเท่านั้น

Curvature

เป็นการแทนตำแหน่งของเส้นบนภาพ ด้วยสมการของส่วนโค้ง ที่หาได้จากสมการทางเรขาคณิตของภาพ

Discrete Wavelet Transform

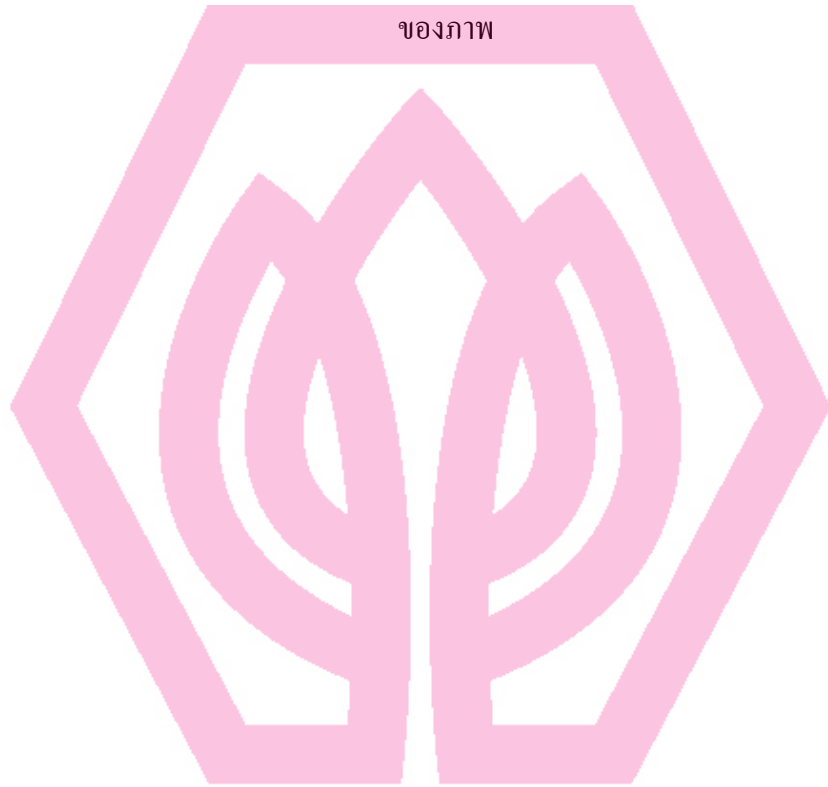
เวฟเล็ตเป็นการวิเคราะห์สัญญาณในโดเมนเวลาและความถี่ไปพร้อมๆกัน เวฟเล็ตสามารถนำมาใช้ในการกระจายอนุกรมของสัญญาณ ในลักษณะเดียวกันที่ใช้อนุกรมฟูเรียร์ในการแทนสัญญาณ

Mother Wavelet

เป็น basis function ของเวฟเล็ต ที่ใช้ในการกระจายสัญญาณในการวิเคราะห์โดยใช้การแปลงเวฟเล็ต ซึ่งมีลักษณะเชิงตั้งฉาก (Orthogonal)

Landmark

จุดบนภาพที่มีความสัมพันธ์กันระหว่างภาพทั้งสอง หรือ เป็นจุดเดียวกันระหว่างภาพทั้งสองภาพ ที่เลือกจากการมองเห็น โดยใช้มนุษย์ หรือเลือกแบบอัตโนมัติโดยใช้ ลักษณะเด่นของภาพ ที่มีความสัมพันธ์กันทางเรขาคณิตของภาพ



มหาวิทยาลัยศรีปทุม
SRIPATUM UNIVERSITY

บทที่ 2

วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

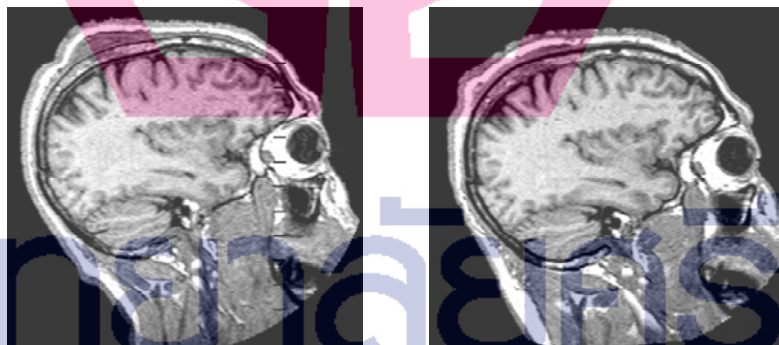
2.1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรื่องที่วิจัย

การลงทะเบียนภาพ (Image Registration) เป็นกระบวนการในการจัดวางภาพตั้งแต่สองภาพขึ้นไปลงบนระนาบเดียวกันอย่างสอดคล้อง เพื่อพิจารณารายละเอียดรวมทั้งตำแหน่งของวัตถุบนภาพทั้งหมดได้ในขณะเดียวกัน ด้วยเหตุนี้การลงทะเบียนภาพจึงถูกนำไปใช้อย่างแพร่หลายในการวิเคราะห์ผลภาพทางการแพทย์เช่น การวิเคราะห์การเจริญเติบโตของเนื้อเยื่อมะเร็ง เป็นต้น

2.1.1 ประเภทของการลงทะเบียนภาพ

2.1.1.1 วัตถุชนิดเดียวกันและถ่ายภาพด้วยวิธีเดียวกัน (Intraobject-Intramodality Registration)

เป็นการลงทะเบียนภาพจากวัตถุชนิดเดียวกันและถ่ายภาพด้วยวิธีเดียวกัน ซึ่งดังตัวอย่างภาพประกอบ 2.1 เป็นภาพถ่ายศีรษะของผู้ป่วยที่ได้จากเครื่อง MRI ที่ถ่ายต่างเวลากัน



(ก) แสดงภาพถ่าย MRI ของศีรษะผู้ป่วย

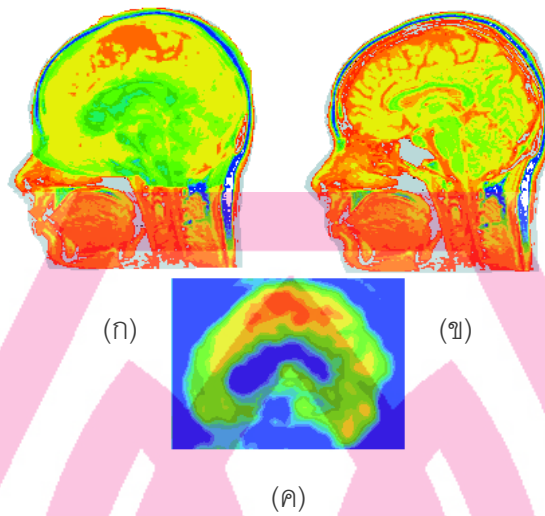
(ข) แสดงภาพถ่าย MRI ของศีรษะผู้ป่วย

หลังจาก 6 สัปดาห์

ภาพประกอบ 2.1 ภาพถ่าย MRI

2.1.1.2 วัตถุชนิดเดียวกันแต่ถ่ายภาพต่างวิธีกัน (Intraobject-Intermodality Registration)

เป็นการลงทะเบียนภาพจากภาพถ่ายวัตถุชนิดเดียวกัน แต่ถ่ายภาพต่างวิธีกันซึ่งดังตัวอย่างเป็นการลงทะเบียนภาพที่ได้จากเครื่อง MRI กับ เครื่อง SPECT แล้วนำทั้งสองภาพมาซ้อนทับกัน

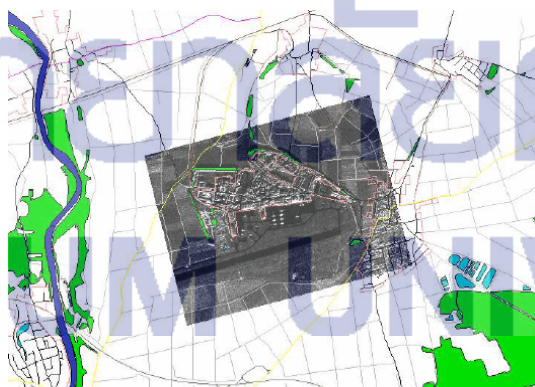


ภาพประกอบ 2.2 ภาพถ่าย MRI และ SPECT

- (ก) แสดงภาพผลลัพธ์ของการลงทะเบียนภาพ MRI และ SPECT
- (ข) แสดงภาพถ่าย MRI ของศีรษะผู้ป่วย
- (ค) แสดงภาพถ่าย SPECT ของศีรษะผู้ป่วย

2.1.1.3 วัตถุต่างชนิดกัน (Interobject Registration)

เป็นการลงทะเบียนภาพจากภาพถ่ายวัตถุต่างชนิดกัน และถ่ายภาพต่างวิธีกัน ซึ่งดังตัวอย่าง แสดงภาพถ่ายทางอากาศบนภาพแผนที่



ภาพประกอบ 2.3 แสดงภาพผลลัพธ์ของการลงทะเบียนภาพถ่ายทางอากาศและแผนที่

2.1.2 การแปลงเชิงเรขาคณิต (Geometric transformation)

การแปลงนั้นจะพิจารณาได้ว่าเป็นการแปลงจุดในปริภูมิสามมิติ และเพื่อความเข้าใจง่ายจึงมักจะเขียนอยู่ในรูปของเมตริกซ์ โดยกำหนดให้จุดที่ต้องการแปลงเป็นจุด P มีพิกัดเป็น (x, y, z) ใดๆ เมื่อต้องการย้ายตำแหน่งของจุด P ไปยังพิกัดใหม่คือ P' ซึ่งมีพิกัด (x', y', z') ก็ทำได้โดยการนำพิกัดของจุด P ไปบวกกับเมตริกซ์การแปลงซึ่งก็คือ T สามารถแสดงเมตริกซ์ของการแปลงได้ดังนี้

$$P' = P + T = [x \quad y \quad z] + [T_x \quad T_y \quad T_z] \quad (2.1)$$

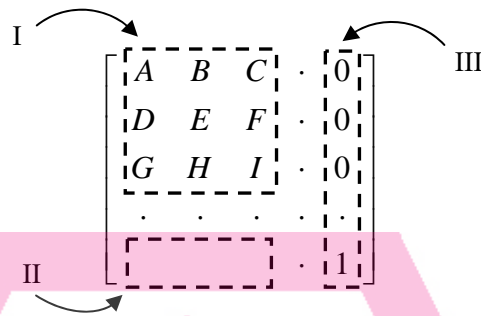
นอกจากนี้เมื่อนำพิกัดของจุด P มาคูณกับเมตริกซ์การแปลง T ให้ได้พิกัดใหม่คือ P' นั้นจะเป็นการสเกล การหมุน การสะท้อน หรืออื่นๆ ขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ภายในเมตริกซ์การแปลงนั้นและสามารถเขียนในรูปของเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$P' = P \cdot T = [x \quad y \quad z] \cdot \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

สำหรับการแปลงเชิงเรขาคณิตในทางคอมพิวเตอร์กราฟิก โดยทั่วไปแล้วจะประกอบด้วย การแปลงหลายๆชนิดประกอบกัน และเนื่องจากการคำนวณในรูปของเมตริกซ์จึงทำให้ยาก ในการคำนวณเมตริกซ์ที่มีรูปแบบแตกต่างกัน จึงได้มีการนำระบบพิกัดโฮโมจีเนียส (Homogeneous Coordinate System) เข้ามาใช้เพื่อแก้ปัญหา

ในระบบพิกัดโฮโมจีเนียส จุดในระบบสามมิติ (x, y, z) จะถูกแทนด้วยระบบสี่มิตินั้นคือ (x, y, z, H) โดยจะมี H เป็นค่าแฟกเตอร์ที่มีหน้าที่สเกลซึ่งจะมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ จุด (x, y, z, H) จะถูกนอร์มอลไลซ์เป็น $(x/H, y/H, z/H, 1)$ โดยทั่วไปแล้วค่า H จะมีค่าเท่ากับ 1 ดังนั้นจุด (x, y, z) ใดๆจะมีค่าในระบบพิกัดโฮโมจีเนียสเป็น $(x, y, z, 1)$

จากภาพประกอบ 2.4 เมตริกซ์ย่อย I เป็นส่วนที่กำหนดว่าเป็นการแปลงแบบใด เช่น การหมุน การสเกล การสะท้อน เป็นต้น ส่วนเมตริกซ์ย่อย II เป็นส่วนของการย้ายตำแหน่งแบบเชิงเส้น และในส่วนสุดท้ายเมตริกซ์ย่อย III ใช้ในการรวมระหว่างการเคลื่อนย้ายพิกัดและการแปลงที่อยู่ในรูปการคูณ โดยมีรายละเอียดของการแปลงแบบต่างๆดังนี้



ภาพประกอบ 2.4 ส่วนประกอบของระบบพิกัดโฮโมจีเนียส

2.1.2.1 การเลื่อนพิกัด (Translation)

เมตริกซ์การแปลง (T_T) ที่ใช้สำหรับการแปลงที่ต้องการเลื่อนพิกัดมีลักษณะดังนี้

$$T_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & T_z & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

โดยที่ค่า T_x, T_y และ T_z แสดงระยะทางที่ต้องการเคลื่อนย้ายตำแหน่งไปในแนวแกน x, y และ z ตามลำดับ และพิกัดของจุดในระบบโฮโมจีเนียส (x', y', z', h) เป็น

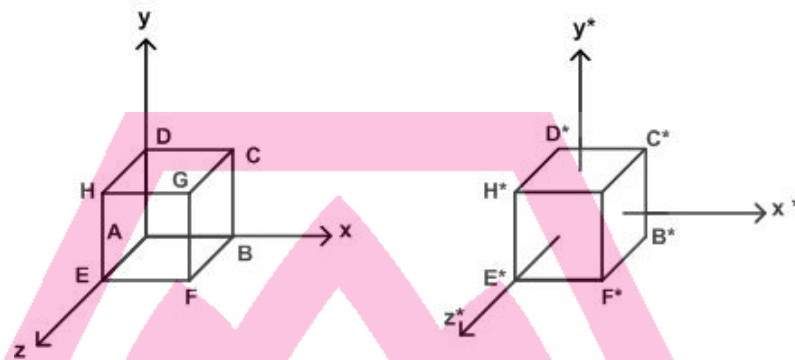
$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & T_z & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+T_x & y+T_y & z+T_z & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

การเลื่อนเมตริกซ์เป็นการแปลงที่มีประโยชน์มากในทางคอมพิวเตอร์กราฟิก เนื่องจากข้อมูลภาพต้นฉบับที่นำมาใช้จะมีตำแหน่งอยู่ในด้านบวกเท่านั้น จึงจำเป็นต้องการอาศัยการแปลงแบบนี้เพื่อเลื่อนพิกัดกึ่งกลางของข้อมูลต้นฉบับให้มาอยู่ที่จุดกำเนิด $(0,0,0)$ เสียก่อน แสดงใน

ภาพประกอบ 2.5 จึงถือได้ว่าการแปลงแบบเลื่อนพิกัด เป็นพื้นฐานที่สำคัญของการสร้างภาพทางคอมพิวเตอร์กราฟิก



ภาพประกอบ 2.5 การเลื่อนจุดกึ่งกลางของปริมาตรต้นฉบับมายังจุดกำเนิด

2.1.2.2 การสเกล (Scaling)

การสเกลเป็นการแปลงเพื่อปรับเปลี่ยนขนาดของวัตถุที่ต้องการ มีเมตริกซ์การแปลง (S)

ดังนี้

$$S = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

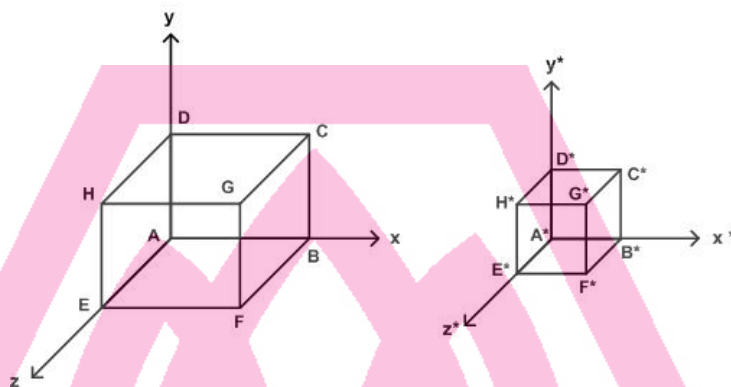
โดยที่ S_x, S_y และ S_z เป็นสัมประสิทธิ์การสเกลสำหรับพิกัด x, y และ z ตามลำดับ และพิกัดของจุดในระบบโฮโมจีเนียส (x', y', z', h) เป็น

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xS_x & yS_y & zS_z & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

ค่า S_x, S_y และ S_z จะเป็นตัวกำหนดว่าเป็นการย่อหรือขยายรูป กล่าวคือ ถ้า S มีค่ามากกว่า 1 จะเป็นการขยายภาพและถ้า S มีค่าน้อยกว่า 1 จะเป็นการย่อขนาดภาพ



ภาพประกอบ 2.6 การสเกลวัตถุ

2.1.2.3 การหมุนวัตถุ (Rotation)

การหมุนวัตถุเป็นการหมุนวัตถุรอบแกนต่างๆทั้งสามแกน ซึ่งได้แก่ แกน x, y หรือ z โดยการอ้างอิงการมองในลักษณะมองออกจากจุดกำเนิดไปตามแนวแกน เมตริกซ์การแปลงของการหมุนรอบแกนต่างๆในทิศทางตามเข็มนาฬิกา มีดังนี้

- เมตริกซ์การแปลงของการหมุนรอบแกน x ไปเป็นมุม θ คือ

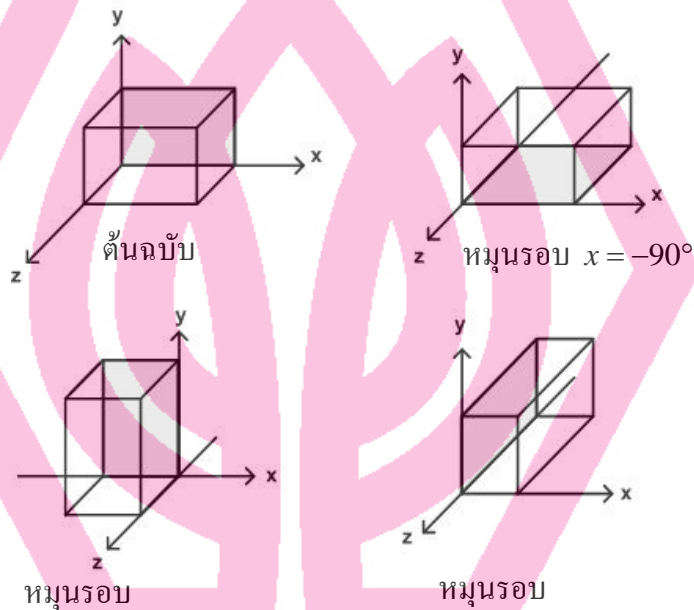
$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

- เมตริกซ์การแปลงของการหมุนรอบแกน y ไปเป็นมุม ϕ คือ

$$R_y = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

- เมตริกซ์การแปลงของการหมุนรอบแกน z ไปเป็นมุม φ คือ

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$



ภาพประกอบ 2.7 การแปลงแบบหมุนรอบแกนทั้งสาม

2.1.2.4 การเฉือน (Shearing)

การเฉือนในปริภูมิสามมิติเป็นการแปลงพิกัดตามแกนของสองแกนใดๆ (สมมติว่าเป็น x และ y) โดยสัมพันธ์กับค่าของพิกัดตามแนวแกนที่สาม (z) เป็นผลให้ค่าพิกัดตามแนวแกนของสองแกนแรกเปลี่ยนไป ในขณะที่ค่าพิกัดตามแนวแกนที่สามนั้นมีค่าคงเดิม

- เมตริกซ์ของการเฉือนโดยสัมพันธ์กับแกน x

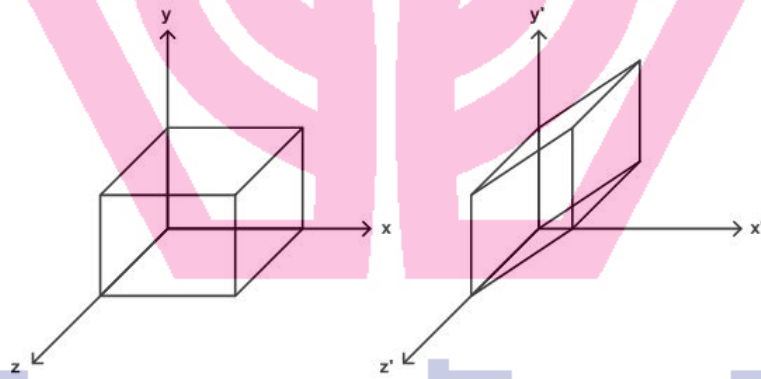
$$Sh_x = \begin{bmatrix} 1 & Sh_{xy} & Sh_{xz} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

- เมตริกซ์ของการเลื่อนโดยสัมพันธ์กับแกน y

$$Sh_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ Sh_{yx} & 1 & Sh_{yz} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

- เมตริกซ์ของการเลื่อนโดยสัมพันธ์กับแกน z

$$Sh_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ Sh_{zx} & Sh_{zy} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$



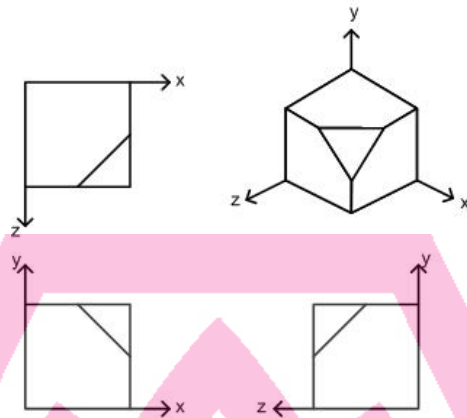
ภาพประกอบ 2.8 การเลื่อนโดยสัมพันธ์กับค่า z เมื่อ $Sh_{xz} = 0$ และ $Sh_{xy} = 1$

2.1.2.5 การฉายภาพ (Projection)

การฉายภาพเป็นการแปลงจาก n มิติไปเป็น $n-1$ มิติ การฉายภาพมี 2 ประเภทคือแบบเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้น ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สนใจเฉพาะการฉายภาพแบบเชิงเส้นเท่านั้น สำหรับการฉายภาพแบบเชิงเส้นยังสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภทคือ

2.1.2.5.1 การฉายภาพแบบตั้งฉาก (Orthographic Projections)

การฉายภาพแบบตั้งฉากเป็นวิธีฉายภาพแบบขนานอย่างหนึ่งที่มีรูปแบบอย่างง่ายและถูกใช้ในการวาดภาพทางวิศวกรรม โดยจะแสดงขนาดจริงของวัตถุในแต่ละด้าน เมตริกซ์ของการฉายภาพลงบนระนาบต่างๆเป็นดังนี้



ภาพประกอบ 2.9 แสดงการฉายภาพลงบนระนาบ $x=0, y=0$ และ $z=0$

- เมตริกซ์ของการฉายภาพลงบนระนาบ $x=0$

$$P_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

- เมตริกซ์ของการฉายภาพลงบนระนาบ $y=0$

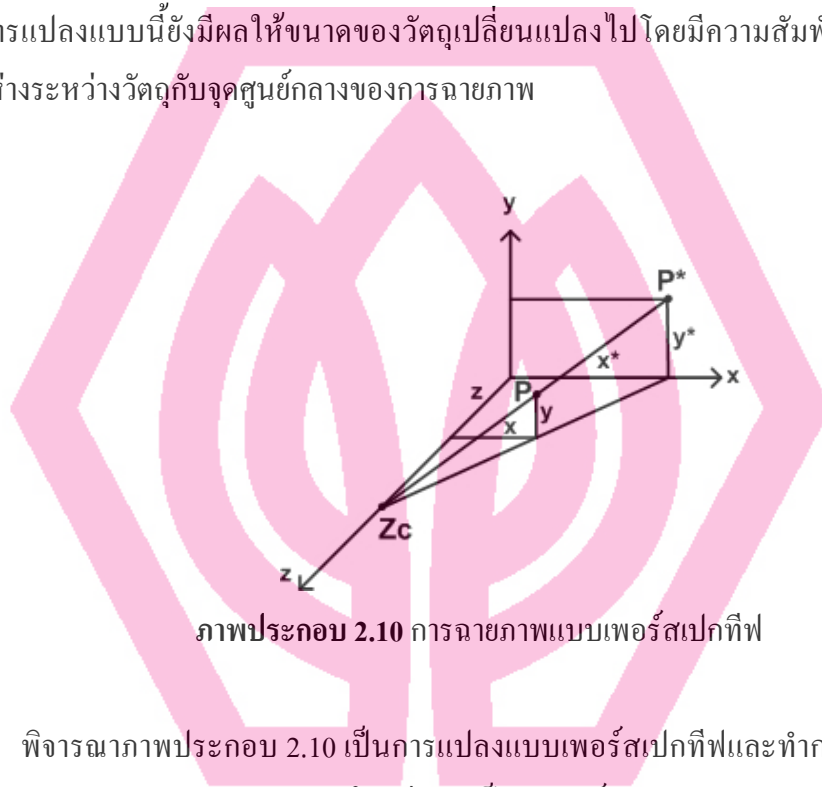
$$P_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

- เมตริกซ์ของการฉายภาพลงบนระนาบ $z=0$

$$P_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

2.1.2.5.2 การฉายภาพแบบเพอร์สเปกทีฟ (Perspective Projections)

เป็นรูปแบบการแปลงเชิงเรขาคณิตอย่างหนึ่งซึ่งแตกต่างจากการแปลงแบบอื่นๆที่ได้กล่าวมาแล้ว คือการแปลงแบบเลื่อนพิกัด การสเกล การหมุน การสะท้อน และการเฉือนนั้นเป็นการแปลงซึ่งคงคุณสมบัติความขนานกันของเส้น แต่การแปลงแบบเพอร์สเปกทีฟนี้แตกต่างออกไปและการแปลงแบบนี้ยังมีผลให้ขนาดของวัตถุเปลี่ยนแปลงไปโดยมีความสัมพันธ์แบบผกผันกับระยะห่างระหว่างวัตถุกับจุดศูนย์กลางของการฉายภาพ



ภาพประกอบ 2.10 การฉายภาพแบบเพอร์สเปกทีฟ

พิจารณาภาพประกอบ 2.10 เป็นการแปลงแบบเพอร์สเปกทีฟและทำการฉายภาพจากจุด P ไปยังจุด P^* บนระนาบ $z=0$ โดยมี z_c เป็นจุดศูนย์กลางของการฉายภาพ (Center of projection)

จากคุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้าย ได้ว่า

$$\frac{x^*}{z_c} = \frac{x}{z_c - z}$$

หรือ

$$x^* = \frac{x}{1 - \frac{z}{z_c}}$$

และ

$$\frac{y^*}{\sqrt{(x^*)^2 + z_c^2}} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + (z_c - z)^2}}$$

หรือ

$$y^* = \frac{y}{1 - \frac{z}{z_c}}$$

จะได้ x^*, y^* เป็นพิกัดของ P^*

$$\text{กำหนดให้ } r = \frac{-1}{z_c} \text{ จะได้ } x^* = \frac{x}{rz+1} \text{ และ } y^* = \frac{y}{rz+1} \quad (2.18)$$

หรือเขียนในรูปของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$[x \ y \ z \ 1] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [x^* \ y^* \ 0 \ rz+1] \quad (2.19)$$

เนื่องจาก $h = rz + 1 \neq 1$ ดังนั้นจึงคูณสมการที่ 2.19 ด้วย $\frac{1}{rz+1}$ จะได้

$$[x^* \ y^* \ z^* \ 1] = \left[\frac{x}{rz+1} \ \frac{y}{rz+1} \ 0 \ 1 \right] \quad (2.20)$$

จะเห็นว่าสมการที่ 2.18 มีค่าเท่ากับสมการที่ 2.20

จะได้เมทริกซ์ของการแปลงแบบเพอร์สเปกทีฟเมื่อจุดศูนย์กลางของการฉายภาพอยู่บนแกน x, y และ z ดังนี้

- กรณีที่มีจุดศูนย์กลางของการฉายภาพอยู่บนแกน x หรือที่พิกัด $[-1/p \ 0 \ 0 \ 1]$

$$[x \ y \ z \ 1] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [x \ y \ z \ px+1] \quad (2.21)$$

และ

$$[x^* \ y^* \ z^* \ 1] = \left[\frac{x}{px+1} \ \frac{y}{px+1} \ \frac{z}{px+1} \ 1 \right] \quad (2.22)$$

- กรณีที่มีจุดศูนย์กลางของการฉายภาพอยู่บนแกน y หรือที่พิกัด $[0 \ -1/q \ 0 \ 1]$

$$[x \ y \ z \ 1] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [x \ y \ z \ qy+1] \quad (2.23)$$

และ

$$[x^* \ y^* \ z^* \ 1] = \left[\frac{x}{qy+1} \ \frac{y}{qy+1} \ \frac{z}{qy+1} \ 1 \right] \quad (2.24)$$

- กรณีที่มีจุดศูนย์กลางของการฉายภาพอยู่บนแกน z หรือที่พิกัด $[0 \ 0 \ -1/r \ 1]$

$$[x \ y \ z \ 1] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [x \ y \ z \ rz+1] \quad (2.25)$$

และ

$$[x^* \ y^* \ z^* \ 1] = \left[\frac{x}{rz+1} \ \frac{y}{rz+1} \ \frac{z}{rz+1} \ 1 \right] \quad (2.26)$$

2.2 ทฤษฎีที่รองรับ หรือกรอบความคิดทางทฤษฎี

2.2.1 ทฤษฎีพื้นฐานของการแปลงเวฟเล็ด

คลื่นถูกนิยามให้เป็นฟังก์ชันที่มีการอสซิลเลทในโดเมนเวลาหรือสเปซ เช่น คลื่นไซน์ (Sine wave) เป็นต้น ส่วนเวฟเล็ดก็เป็นคลื่นเช่นกัน ในการวิเคราะห์สัญญาณหรือฟังก์ชันเช่นการวิเคราะห์ฟูเรียร์ ซึ่งเป็นการวิเคราะห์คลื่น โดยกระจายสัญญาณหรือฟังก์ชันในเทอมของไซน์

หรือเอ็กโพเนนเชียล ซึ่งเป็นการวิเคราะห์สัญญาณในโดเมนความถี่ ส่วนการวิเคราะห์เวฟเล็ตเป็นการวิเคราะห์สัญญาณในโดเมนเวลาและความถี่ไปพร้อมๆกัน เวฟเล็ตสามารถนำมาใช้ในการกระจายอนุกรมของสัญญาณ ในลักษณะเดียวกันที่ใช้ออนุกรมฟูเรียร์ในการแทนสัญญาณนั้นคือสัญญาณหรือฟังก์ชัน $f(t)$ สามารถเขียนในรูปของ Linear Combination ได้โดย

$$f(t) = \sum_t a_l \psi_l(t) \quad (2.27)$$

เมื่อ l เป็นดัชนีจำนวนเต็มของอนุกรม
 a_l เป็นสัมประสิทธิ์ของการกระจาย
 $\psi_l(t)$ เป็นเซตของฟังก์ชันจำนวนจริง

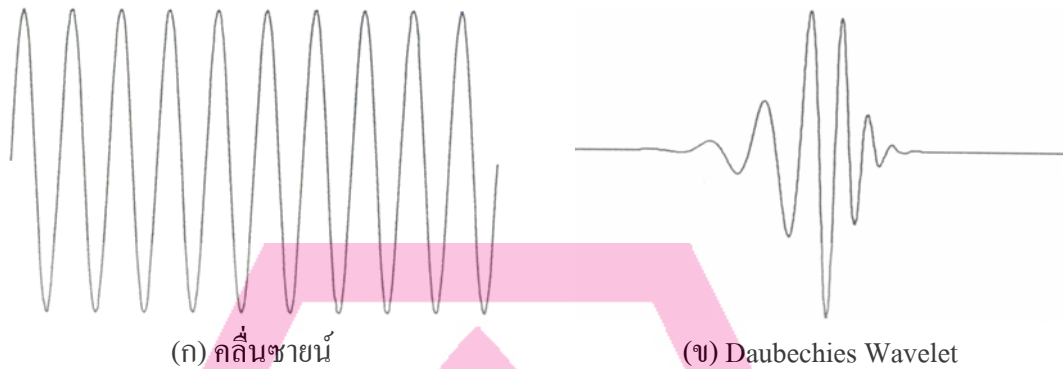
เซตของฟังก์ชันถูกเรียกว่า Basis และถ้าฟังก์ชันพื้นฐาน (basis function) มีลักษณะเชิงตั้งฉาก (Orthogonal) จะได้ผลคูณภายใน (Inner Product) เป็นศูนย์นั่นคือ

$$\langle \psi_k(t), \psi_l(t) \rangle = \int \psi_k(t) \psi_l(t) dt = 0 \quad k \neq l \quad (2.28)$$

และสัมประสิทธิ์ a_k สามารถหาได้โดยการหาผลคูณภายในดังสมการที่ 2.27

$$a_k = \langle f(t), \psi_k(t) \rangle = \int f(t) \psi_k(t) dt \quad (2.29)$$

เมื่อพิจารณาคลื่นเวฟเล็ต $\psi(t)$ จะหมายถึงคลื่นสัญญาณเล็กๆที่เหมาะสมสำหรับเป็นเซตฟังก์ชันพื้นฐานของสเปซฟังก์ชัน (function spaces) ซึ่งเป็นคลื่นที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาสั้นๆ และมีแอมพลิจูดลดลงสู่ศูนย์อย่างรวดเร็วเมื่อ $t \rightarrow \pm\infty$ (local support ในโดเมนเวลา) ดังภาพประกอบ 2.11 (ข) และพื้นที่สุทธิของรูปคลื่นเท่ากับศูนย์หรือ $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$ เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบกับฟูเรียร์ที่ประกอบด้วยคลื่นโคไซน์ (cosine) และไซน์ (sine) ดังภาพประกอบ 2.11 (ก) ซึ่งมีคุณสมบัติโลคอลซัพพอร์ต (local support) ในโดเมนความถี่แต่จะไม่มีคุณสมบัติโลคอลซัพพอร์ตในโดเมนเวลา ส่วนเวฟเล็ตจะมีคุณสมบัติโลคอลซัพพอร์ตทั้งในโดเมนความถี่และเวลา ดังนั้นเวฟเล็ตจึงสามารถแทนฟังก์ชันที่มีลักษณะขดแหลมหรือมีลักษณะเป็นขอบ nonstationary หรือเหตุการณ์ที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ด้วยเทอมของ basis function ที่มีนัยสำคัญสูงน้อยกว่า Fourier Basis ซึ่งจากคุณสมบัติดังกล่าวสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการบีบอัดสัญญาณได้เป็นอย่างดี



ภาพประกอบ 2.11 แสดงรูปคลื่นไซน์ และ Daubechies Wavelet

ในการสร้างเซตเวฟเล็ต คลื่นเวฟเล็ตจะถูกยืดขยาย (dilation) หรือเปลี่ยนความถี่ และคลื่นเวฟเล็ตที่ถูกยืดขยายยังถูกเลื่อน (translation) ในแกนเวลาอีกด้วย ซึ่งคุณสมบัติทั้งสองอย่างเป็นส่วนหนึ่งของการวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียด การวิเคราะห์แบบนี้เป็นการกระจายรายละเอียดของสัญญาณจะถูกกระจายไปที่ความถี่ต่างๆและตำแหน่งต่างๆเปรียบเหมือนเสียงดนตรีที่ถูกกระจายเป็นตัวโน้ตบนเส้นของระดับเสียง

2.2.1.2 การวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียด (Multiresolution Analysis)

ถ้ากำหนดสัญลักษณ์ $f_j(t)$ แทนฟังก์ชัน $f(t)$ ที่ถูกกระจายไปที่ระดับความละเอียด j และที่ระดับความละเอียด $j+1$ รายละเอียดจะถูกแทนด้วย $d_j(t)$ ซึ่งเมื่อรวมเข้ากับ j จะได้ฟังก์ชัน $f(t)$ ที่ถูกกระจายไปที่ระดับความละเอียด $j+1$ นั่นคือ

$$f_{j+1}(t) = f_j(t) + d_j(t) \quad (2.10)$$

ซึ่งฟังก์ชันในสมการที่ 2.10 จะเป็นฟังก์ชันที่มีรายละเอียดเข้าใกล้ $f(t)$ มากกว่าแทนฟังก์ชันที่ระดับความละเอียด j และสัญญาณ $f(t)$ จะสร้างกลับคืนเมื่อรวมรายละเอียดที่ระดับความละเอียดต่างๆไปจนถึงอนันต์หรือ $j \rightarrow \infty$ ซึ่งจะได้

$$f(t) = f_j(t) + \sum_{k=j}^{\infty} d_k(t) \quad (2.11)$$

การวิเคราะห์หลายระดับความละเอียดจะครอบคลุมถึงการแสดงความละเอียด ในแต่ละระดับไปพร้อมๆกัน จากสมการที่ 2.11 จะเห็นว่าฟังก์ชันถูกกระจายออกเป็น 2 ส่วนคือ ส่วน

background และส่วนของรายละเอียด ในทำนองเดียวกันจะสามารถดูสเปซของฟังก์ชันนั้นก็คือ Square integral: $L^2(R)$ ซึ่งประกอบไปด้วยลำดับของสเปซย่อย W_k และ V_j รวมไปถึงการประมาณค่าของ $f(t)$ ที่ระดับความละเอียด j คือ $f_j(t)$ ใน V_j และรายละเอียด $d_k(t)$ ใน W_k

การวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียดของ $L^2(R)$ ใช้นิยามลำดับของสเปซย่อย V_j โดยที่ Z เป็นเซตของจำนวนเต็มดังนี้

$$(1) \dots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset \dots \subset L^2(R)$$

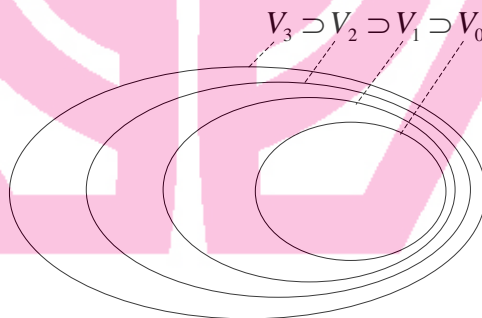
$$(2) \bigcap_j V_j = \{0\}, \overline{\bigcup_j V_j} = L^2(R)$$

$$(3) f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(2t) \in V_{j+1}$$

$$(4) f(t) \in V_0 \Rightarrow f(t-k) \in V$$

$$(5) \text{ มีฟังก์ชัน } \varphi(t) \text{ และ } \varphi(t-k) \text{ ซึ่งเป็นออร์โธโนมัล (orthonormal basis) อยู่ใน } V_0$$

จากนิยามข้อที่ (1) สเปซย่อย V_j จะเป็นสับเซตของสเปซย่อย V_{j+1} ดังภาพประกอบ 2.12 หรือถ้าพิจารณาในโดเมนเวลา ฟังก์ชันที่ถูกประมาณใน V_{j+1} คือสมการที่ 2.33



ภาพประกอบ 2.12 แสดงสเปซย่อย V_j ใน $L^2(R)$ ตามนิยามของการวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียด

และความแตกต่างของการประมาณฟังก์ชันใน V_j และ V_{j+1} คือรายละเอียด $d_j(t)$ ซึ่งอยู่ใน W_j ดังนั้นจะได้

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j \tag{2.12}$$

เมื่อ \oplus แทนการบวกเชิงตั้งฉากและ W_j ถูกเรียกว่าสเปซของรายละเอียดหรือ Complementary subspace และจะตั้งฉากกับ V_j โดยใช้สัญลักษณ์ $V_j \perp W_j$ ซึ่งหมายความว่าผลคูณภายในของแต่ละส่วน (element) ใน V_j กับแต่ละส่วนใน W_j จะมีค่าเป็นศูนย์ แต่เมื่อมองที่สเปซย่อย จะได้

$$V_j = V_{j-1} \oplus W_{j-1} \quad (2.13)$$

เมื่อแทนสมการที่ 2.13 ในสมการที่ 2.12 จะได้

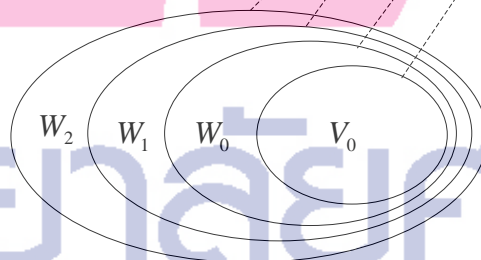
$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j = W_j \oplus W_{j-1} \oplus V_{j-1} \quad (2.14)$$

และเมื่อกระจาย V_{j+1} ไปอีกจะได้

$$V_{j+1} = W_j \oplus W_{j-1} \oplus W_{j-2} \oplus \dots \oplus W_{j-j} \oplus V_{j-1} \quad (2.15)$$

จากสมการที่ 2.15 สามารถแสดงสเปซย่อย W_j ใน $L^2(\mathbb{R})$ ได้ดังภาพประกอบ 2.13

$$W_2 \perp W_1 \perp W_0 \perp V_0 \quad V_3 \supset V_2 \supset V_1 \supset V_0$$



ภาพประกอบ 2.13 แสดงสเปซย่อย W_j ใน $L^2(\mathbb{R})$

นิยามข้อที่ (2) ฟังก์ชันจะถูกประมาณที่ระดับความละเอียดที่หยาบที่สุดคือที่ระดับ $j \rightarrow -\infty$ จะได้ว่า $\lim_{j \rightarrow -\infty} V_j = 0$ ในทางกลับกันเมื่อเพิ่มรายละเอียดจนถึงที่ระดับความละเอียดอนันต์จะได้สัญญากลับคืนมานั้นคือ $\lim_{j \rightarrow \infty} V_j \rightarrow L^2(\mathbb{R})$

นิยามข้อที่ (3) สเปซ V_j ถูกสเกลหรือขยายจากสเปซ V_0 เนื่องจากที่ระดับความละเอียด $j+1$ จะเก็บรายละเอียดที่สูงกว่าที่ระดับความละเอียด j ดังนั้นความถี่ฟังก์ชันใน V_{j+1} จะมีค่า

เป็นสองเท่าของฟังก์ชันใน V_j หมายความว่าถ้ามีฟังก์ชัน $f(t)$ ในสเปซย่อย V_j แล้วจะมี $f(2t)$ อยู่ใน V_{j+1}

นิยามข้อที่ (4) ถ้าสเปซย่อย V_0 มีฟังก์ชัน $f(t)$ แล้วฟังก์ชัน $f(t)$ ที่ถูกเลื่อนคือ $f(t-k)$ ซึ่งจะเลื่อนด้วยค่าจำนวนเต็ม k และจะเก็บอยู่ใน V_0 ด้วย

นิยามข้อที่ (5) มีฟังก์ชันพื้นฐาน $\varphi(t)$ ซึ่งเรียกว่าสเกลลิงฟังก์ชัน (scaling function) และรวมถึงสเกลลิงฟังก์ชันที่ถูกเลื่อนคือ $\varphi(t-k)$ อยู่ใน V_0 และแต่ละฟังก์ชัน จะมีคุณสมบัติที่เป็นออร์โธโนมัล

2.2.1.3 สเกลลิงฟังก์ชัน (Scaling Function)

จากแนวความคิดของการวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียด จะสามารถนิยามสเกลลิงฟังก์ชัน $\varphi_k(t)$ และเซตของสเกลลิงฟังก์ชันถูกนิยามในเทอมของการเลื่อนของการสเกลลิงฟังก์ชัน ซึ่งจะได้

$$\varphi_k(t) = \varphi(t-k) \quad k \in Z \in L^2 \quad (2.16)$$

เมื่อ Z เป็นเซตของจำนวนเต็ม จากสมการที่ 2.16 ขนาดของสเปซย่อยใน L^2 ถูกกำหนดโดยเซตของสเกลลิงฟังก์ชันคือ

$$V_0 = \overline{\text{Span}_k \{\varphi_k(t)\}} \quad (2.17)$$

เครื่องหมาย over bar แทนช่วงปิดของสเปซ จากนิยามข้อที่ (3) และนิยามข้อที่ (4) ของการวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียด จะสามารถนิยามการสเกลของสเกลลิงฟังก์ชันหรือการเปลี่ยนความถี่ของสเกลลิงฟังก์ชันโดย

$$\varphi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \varphi(2^j t - k) \quad (2.18)$$

ดังนั้นขนาดของสเปซย่อยในสมการที่ 2.17 จะกลายเป็น

$$V_j = \overline{\text{Span}_k \{\varphi_k(2^j t)\}} = \overline{\text{Span}_k \{\varphi_{j,k}(t)\}} \quad (2.19)$$

ถ้า $f(t) \in V_j$ และ $k \in Z$ แล้วจะสามารถประมาณฟังก์ชัน $f(t)$ ได้ดังสมการที่ 2.20

$$f(t) = \sum_k a_k (2^j t - k) \quad (2.20)$$

สำหรับทุกค่าที่ $j > 0$ ขนาดของสเปซย่อยจะกว้างขึ้น เป็นเหตุให้ $\varphi_{j,k}(t)$ แคบลงและมีลำดับชั้นในการเลื่อนเล็กน้อย ดังนั้นจึงสามารถแทนสัญญาณได้ละเอียดมากขึ้น สำหรับที่ค่า $j < 0$ ความกว้างของสเปซย่อยจะแคบลง สเกลลิงฟังก์ชัน $\varphi_{j,k}(t)$ มีขนาดกว้างขึ้นและมีลำดับชั้นในการเลื่อนกว้างขึ้นเป็นเหตุให้สามารถแทนสัญญาณได้ไม่ละเอียด

จากกฎข้อที่ (3) ของการวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียด สเกลลิงฟังก์ชันที่ระดับความละเอียด $j+1$ จะมีความถี่เป็นสองเท่าของสเกลลิงฟังก์ชันที่ระดับความละเอียด j ดังนั้นจะสามารถนิยามสเกลลิงฟังก์ชัน $\varphi(t)$ ที่อยู่ใน V_0 ในรูปแบบของการรวมเชิงเส้น (linear combination) ของ $\varphi(2t)$ ที่ถูกเลื่อนใน V_1 ได้ดังนี้

$$\varphi(t) = \sum_n h_0(n) \sqrt{2} \varphi(2t - n) \quad (2.21)$$

โดยที่ $h_0(n)$ เป็นสัมประสิทธิ์ตัวกรองความถี่บางครั้งจะเรียกว่าตัวกรองสเกลลิง (Scaling filter) และ $\sqrt{2}$ เป็นตัวนอร์มไลซ์ เพื่อให้สเกลลิงฟังก์ชันที่ถูกสเกลด้วย 2 ยังคงเป็นนอร์มฟังก์ชัน (norm function) สมการนี้เรียกว่า dilation equation เนื่องจาก $\{\varphi_{j,k}(t)\}$ เป็นออร์โธโนมัล ดังนั้นสัมประสิทธิ์ $\{h_0(n)\}$ สามารถหาได้จากการคำนวณผลคูณภายใน (สมมติว่า φ เป็นฟังก์ชันจำนวนจริง) จะได้

$$h_0(n) = \langle \varphi_n, \varphi \rangle = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) \varphi(2t - n) dt \quad (2.22)$$

จากสมการนี้จะสามารถหาคุณสมบัติบางอย่างของสัมประสิทธิ์ $\{h_0(n)\}$ ได้ โดยการอินทิเกรตทั้งสองข้างของสมการที่ 2.21 โดยใช้คุณสมบัติของสเกลลิงฟังก์ชัน ที่มีพื้นที่ใต้กราฟเท่ากับหนึ่ง $\left(\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) dt = 1 \right)$ จะได้

$$\sum_n h_0(n) = \sqrt{2} \quad (2.23)$$

ในทางตรงกันข้ามถ้าคูณทั้งสองข้างของสมการที่ 2.21 ด้วย $\varphi(t-l)$ แล้วอินทิเกรตจะได้

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t)\varphi(t-l)dt &= 2 \sum_n \sum_{n'} h_0(n)h_0(n') \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(2t-n')\varphi(2t-2l-n)dt \\ &= \sum_n h_0(n)h_0(n+2l)\end{aligned}\quad (2.24)$$

ใช้คุณสมบัติออร์โธกอนัล (orthogonal) ของสเกลลิงฟังก์ชันจะได้

$$\sum_n h_0(n)h_0(n+2l) = 0, \quad l \neq 0$$

$$\sum_n h_0(n)h_0(n+2l) = \delta, \quad l = 0$$

นั่นคือ

$$\sum_n h_0^2(n) = 1, \quad l = 0 \quad (2.25)$$

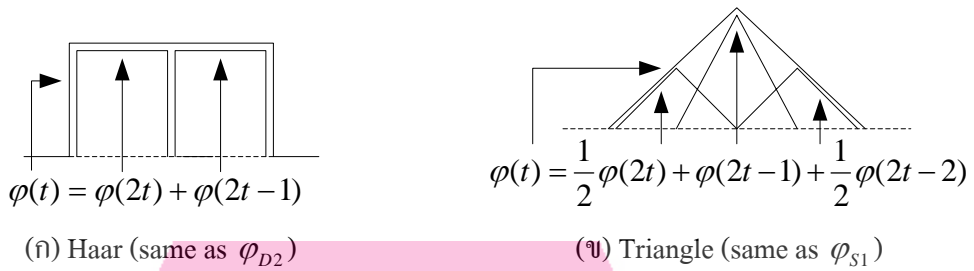
ตัวอย่างของสเกลลิงฟังก์ชันที่ง่ายที่สุดคือสเกลลิงฟังก์ชันแบบ Haar (Haar scaling function) ซึ่งเป็นพัลส์ขนาด 1 หน่วยดังภาพประกอบ 2.14(ก) จะเห็นว่า $\varphi(2t)$ สามารถใช้ในการสร้างฟังก์ชันได้โดย

$$\varphi(t) = h_0(0)\sqrt{2}\varphi(2t) + h_0(1)\sqrt{2}\varphi(2t-1) \quad (2.26)$$

ดังนั้น $h_0(n)$ ในสมการที่ 2.26 จะต้องมามีค่า $h_0(0) = 1/\sqrt{2}$ และ $h_0(1) = 1/\sqrt{2}$ และตัวอย่างที่ 2 ดังภาพประกอบ 2.14(ข) เป็นสเกลลิงฟังก์ชันแบบสามเหลี่ยม (triangle scaling function) หรือสไปลน์อันดับที่ 1 (first order spline) สามารถสร้าง $\varphi(t)$ ได้โดย

$$\varphi(t) = h_0(0)\frac{1}{2}\varphi(2t) + h_0(1)\varphi(2t-1) + h_0(2)\frac{1}{2}\varphi(2t-2) \quad (2.27)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ $h_0(n)$ ที่เป็นไปตามสมการที่ 2.27 คือ $h_0(0) = 1/2\sqrt{2}$, $h_0(1) = 1/\sqrt{2}$ และ $h_0(2) = 1/2\sqrt{2}$



ภาพประกอบ 2.14 Haar และ Triangle Scaling Function

2.2.1.4 ฟังก์ชันเวฟเลต (Wavelet function)

เมื่อพิจารณาสเปซย่อย $\{W_j\}$ ซึ่งเป็น detail spaces และแต่ละสเปซจะตั้งฉากซึ่งกันและกัน จากสมการที่ 2.15

$$V_{j+1} = \bigoplus_{k=-\infty}^j W_k$$

และให้ $j \rightarrow \infty$ จะได้

$$L^2(\mathbb{R}) = \bigoplus_{k=-\infty}^j W_k \quad (2.28)$$

จากสมการที่ 2.28 จะสามารถกระจาย $L^2(\mathbb{R})$ เป็นการบวกเชิงตั้งฉากของสเปซย่อย $\{W_j\}$ และในสเปซย่อย $\{W_j\}$ จะบรรจุฟังก์ชันพื้นฐาน $\{\psi_{j,k}(t)\}_k$ โดยที่ $\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k)$ ดังนั้น L^2 จะมีออร์โธนอร์มัล $\{\psi_{j,k}(t)\}_k$ ซึ่งถูกเรียกว่าเวฟเลต และเวฟเลต $\psi_{j,k}(t)$ ทั้งหมดจะถูกสร้างจากฟังก์ชัน $\psi(t)$ โดยการเลื่อนและการสเกล ซึ่งเรียกฟังก์ชัน $\psi(t)$ ว่าเวฟเลตแม่ (mother wavelet) หรือฟังก์ชันพื้นฐาน เพราะว่า $\psi(t-k)$ อยู่ใน W_0 และ $W_0 \subset V_1$ ดังนั้น $\psi(t)$ สามารถเขียนในแบบของ linear combination ของฟังก์ชันพื้นฐานจะได้

$$\psi(t) = \sum_n h_1(n) \sqrt{2} \varphi(2t - n) \quad (2.29)$$

สมการนี้ถูกเรียกว่าสมการเวฟเลต (wavelet equation) และจากคุณสมบัติของ $\{\psi_{j,k}(t)\}$ ที่เป็นออร์โธนอร์มัล ดังนั้นสัมประสิทธิ์ $\{h_1(n)\}$ สามารถหาได้โดยการคำนวณผลคูณภายใน

$$h_1(n) = \langle \varphi_n, \psi \rangle = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) \varphi(2t - n) dt \quad (2.20)$$

จากสมการที่ 2.29 จะสามารถหาคคุณสมบัติบางอย่างของสัมประสิทธิ์ $\{h_1(n)\}$ ได้ โดยการอินทิเกรตทั้งสองข้างของสมการที่ 2.29 โดยใช้คุณสมบัติของฟังก์ชันเวฟเลต ที่มีพื้นที่ใต้กราฟเท่ากับศูนย์หรือ $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$ จะได้

$$\sum_n h_1(n) = 0 \quad (2.31)$$

โดยที่ $h_0(n)$ และ $h_1(n)$ มีความสัมพันธ์กันดังสมการที่ 2.32

$$h_1(n) = (-1)^n h_0(1 - n) \quad (2.32)$$

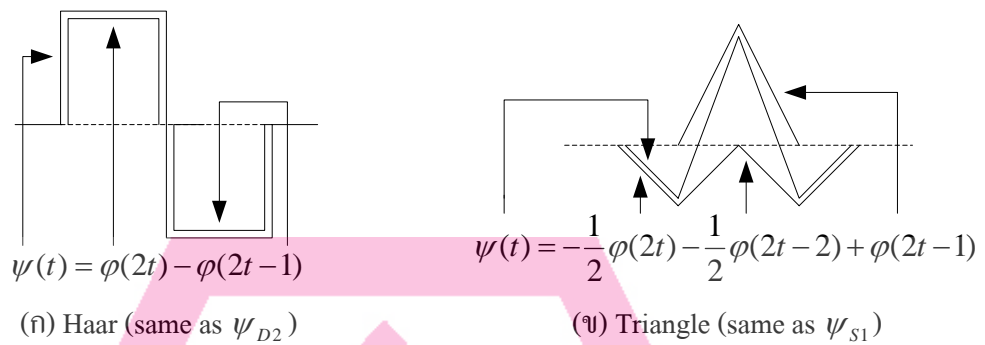
ตัวอย่างของเวฟเลตฟังก์ชันที่ง่ายที่สุดคือ Haar wavelet function ดังภาพประกอบ 2.15(ก) จะเห็นว่า $\varphi(2t)$ สามารถใช้ในการสร้างฟังก์ชัน $\psi(t)$ ได้โดย

$$\psi(t) = h_1(0)\sqrt{2}\varphi(2t) + h_1(1)\varphi\sqrt{2}(2t - 1) \quad (2.33)$$

ดังนั้น $h_1(n)$ ในสมการที่ 2.33 จะต้องมีค่า $h_0(0) = 1/\sqrt{2}$ และ $h_1(1) = -1/\sqrt{2}$ และตัวอย่างที่ 2 เป็น triangle wavelet function (first order spline) ดังภาพประกอบ 2.15 (ข) สามารถสร้าง $\varphi(t)$ ได้โดย

$$\psi(t) = \frac{1}{2} h_1(0)\varphi(2t) + h_1(1)\varphi(2t - 1) + \frac{1}{2} h_1(2)\varphi(2t - 2) \quad (2.34)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ $h_1(n)$ ในสมการที่ 2.34 คือ $h_1(0) = 1/2\sqrt{2}$, $h_1(1) = 1/2\sqrt{2}$ และ $h_1(2) = 1/2\sqrt{2}$



ภาพประกอบ 2.15 แสดง Haar และ triangle function

2.2.1.5 การแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วย

จากความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์การกระจายเวฟเล็ตที่ระดับสเกลต่ำในเทอมของการกระจายระดับการสเกลสูงสามารถหาได้โดยใช้สมการสเกลลิงฟังก์ชัน หรือสมการที่ 2.21 นั่นคือ

$$\varphi(t) = \sum_n h_0(n) \sqrt{2} \varphi(2t - n)$$

ถ้าสเกลและเลื่อนตัวแปรเวลา t ด้วย k จะได้

$$\begin{aligned} \varphi(2^j t - k) &= \sum_n h_0(n) \sqrt{2} \varphi(2^{j+1} t - 2k - n) \\ &= \sum_n h_0(n) \sqrt{2} \varphi(2^{j+1} t - 2k - n) \end{aligned} \quad (2.35)$$

เมื่อเปลี่ยนตัวแปรโดยให้ $m = 2k + n$ จะได้

$$\varphi(2^j t - k) = \sum_m h_0(m - 2k) \sqrt{2} \varphi(2^{j+1} t - m) \quad (2.36)$$

ดังนั้นสเปซ V_j จะกลายเป็น

$$V_j = \overline{\text{Span}_k \{2^{j/2} \varphi(2^j t - k)\}} \quad (2.37)$$

แล้วสัญญาณ $f(t) \in V_{j+1}$ จะกลายเป็น

$$f(t) = \sum_k c_{j+1}(k) 2^{(j+1)/2} \varphi(2^{j+2}t - k) \quad (2.38)$$

ที่ระดับความละเอียดต่ำกว่า 1 ระดับ และใช้เวฟเล็ตฟังก์ชันแทนรายละเอียดหรือ $V_{j+1} = V_j \oplus W_j$ จะได้ว่า

$$f(t) = \sum_k c_{j+1}(k) 2^{j/2} \varphi(2^j t - k) + \sum_k d_j(k) 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \quad (2.39)$$

ซึ่ง $2^{j/2}$ เป็นตัวนอร์มอลไลซ์ เพื่อให้สเกลลิงฟังก์ชันที่ถูกสเกลด้วย 2^j ยังคงเป็น norm function ที่การสเกลต่างๆ ถ้า $\varphi_{j,k}(t)$ และ $\psi_{j,k}(t)$ เป็นออร์โธนอร์มัล สัมประสิทธิ์ของการสเกลที่ระดับ j หาได้โดยผลคูณภายใน

$$c_j(k) = \langle f(t), \varphi_{j,k}(t) \rangle = \int f(t) 2^{j/2} \varphi(2^j t - k) dt \quad (2.40)$$

แทนสมการที่ 2.36 ลงในสมการที่ 2.40 จะได้ว่า

$$c_j(k) = \sum_m h_0(m - 2k) \int f(t) 2^{(j+1)/2} \varphi(2^{j+1}t - m) dt \quad (2.41)$$

เมื่อพิจารณาในเทอมที่อินทิเกรตในสมการที่ 2.41 ซึ่งเป็นผลคูณภายในของ $f(t)$ กับสเกลลิงฟังก์ชันที่ระดับการสเกล $j+1$ นั่นคือ

$$c_{j+1}(m) = \int f(t) 2^{(j+1)/2} \varphi(2^{j+1}t - m) dt \quad (2.42)$$

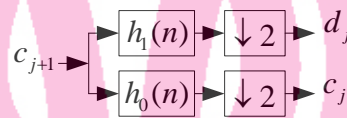
ดังนั้นจะได้

$$c_j(k) = \sum_m h_0(m - 2k) c_{j+1}(m) \quad (2.43)$$

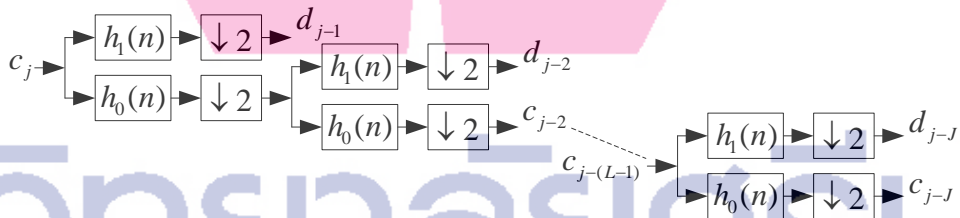
และสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต $d_j(k)$ หาได้ในลักษณะเดียวกันกับ $c_j(k)$ จะได้ว่า

$$d_j(k) = \sum_m h_1(m-2k)c_{j+1}(m) \quad (2.44)$$

โดยที่ $c_j(k)$ ในสมการที่ 2.43 คือสัมประสิทธิ์สเกลลิงและ $d_j(k)$ ในสมการที่ 2.44 คือสัมประสิทธิ์เวฟเลต และการคำนวณหา $c_j(k)$ และ $d_j(k)$ เรียกว่าการแปลงเวฟเลตแบบดิคริต ซึ่ง h_0 และ h_1 ในสมการที่ 2.43 และสมการที่ 2.44 เป็นผลตอบสนองอิมพัลซ์ ดังนั้นในการแปลงเวฟเลตจากระดับความละเอียด $j+1$ ไปยังระดับความละเอียด j จะสามารถอธิบายด้วย Two-Band Analysis Filter Bank ได้ดังภาพประกอบ 2.16 และการแปลงเวฟเลตแบบเต็มหน่วยจากระดับความละเอียด j ไปยังระดับความละเอียด J จะสามารถแสดงในรูปของ Octave Band Analysis Filter Bank ได้ดังภาพประกอบ 2.17

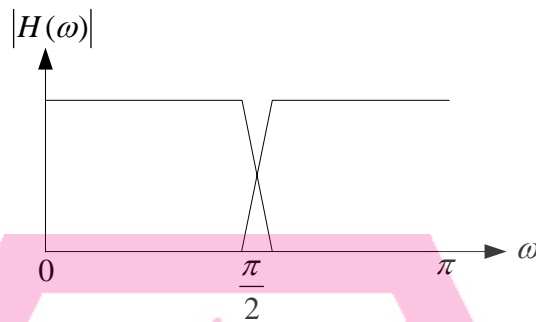


ภาพประกอบ 2.16 แสดง Two-band Analysis Filter Bank ของการแปลงเวฟเลตจากระดับความละเอียด $j+1$ ไปยังระดับความละเอียด j



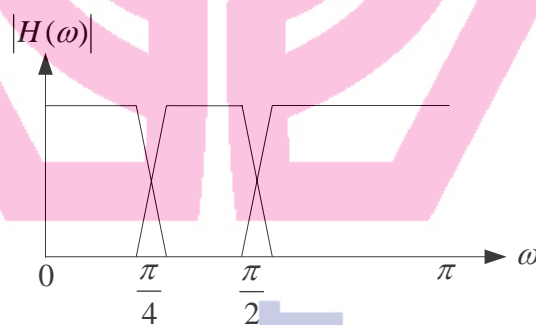
ภาพประกอบ 2.17 แสดง Two-Band Analysis Filter Bank ของการแปลงเวฟเลตจากระดับความละเอียด j ไปยังระดับความละเอียด $j+J$

โดยที่ $\downarrow 2$ แทนการลดอัตราสุ่ม (down sampling) ด้วยสองแต่ h_0 เป็นการกรองความถี่ต่ำผ่าน (lowpass filter) และ h_1 เป็นการกรองความถี่สูงผ่าน (highpass filter) ดังนั้นจะสามารถแสดงช่วงความถี่ (Frequency Band) ของการแปลงเวฟเลตในภาพประกอบ 2.18 ได้ดังนี้



ภาพประกอบ 2.18 ช่วงความถี่ (Frequency Bands) ของการแปลงเวฟที่เกิดจากระดับความละเอียด j ไปยังระดับความละเอียด $j - J$

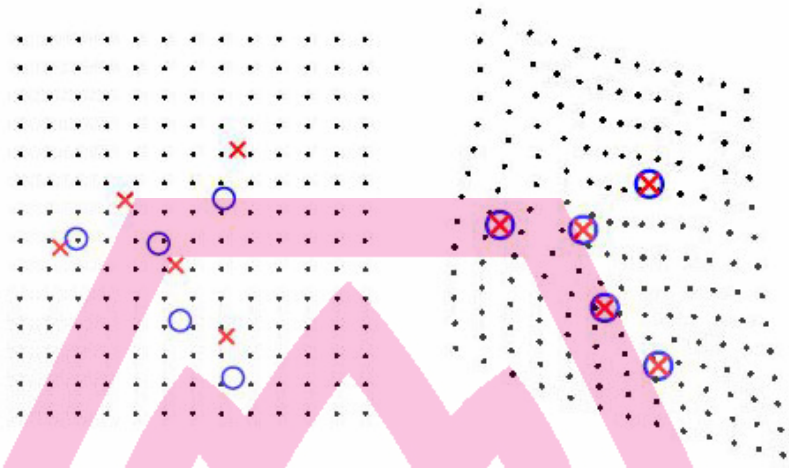
เมื่อพิจารณาการแปลงเวฟที่เกิดจากระดับความละเอียด j ไปยังระดับความละเอียด $j - 2$ หมายความว่าช่วงความถี่ในภาพประกอบ 2.18 ช่วงของความถี่ต่ำจะถูกแบ่งออกเป็น 2 ช่วง คือ ความถี่ต่ำและความถี่สูง ดังนั้นช่วงความถี่ในภาพประกอบ 2.18 จะถูกเปลี่ยนดังภาพประกอบ 2.19



ภาพประกอบ 2.19 ช่วงความถี่ของการแปลงเวฟที่เกิดจากระดับความละเอียด j ไปยังระดับความละเอียด $j - 2$

2.2.2 ทินเพลทสไปลีน (Thin-Plate Spline :TPS)

ทินเพลทสไปลีนเป็นเทคนิคในการวาร์ปแบบหนึ่ง ซึ่งจะอาศัยจุดลักษณะเด่นหรือแลนมาร์คภายในภาพ 2 ภาพที่มีความสอดคล้องสัมพันธ์กันมาใช้เป็นจุดควบคุมมาช่วยในการหาค่าความสัมพันธ์ระหว่างภาพนั่นเอง



ภาพประกอบ 2.20 ภาพแสดงจุดสอดคล้องและผลการวาร์ปด้วยกระบวนการทึนเพลทสไปล์

หากสมมุติให้ภาพที่เป็นต้นแบบมีจุดเด่นทั้งหมด n จุดคือ p_i โดย $i = 1, \dots, n$ และภาพที่เป็นเป้าหมายมีจุดเด่นทั้งหมด n จุดคือ q_i โดย $i = 1, \dots, n$ เช่นเดียวกัน หลังจากที่เราทราบตำแหน่งของจุดแลนมาร์คบนภาพทั้ง 2 ภาพแล้วก็จะสามารถทำการหาค่าเมตริกซ์ความสัมพันธ์ซึ่งประกอบด้วยเมตริกซ์ w และเมตริกซ์ a ได้จากสมการพื้นฐานดังนี้

$$Kw + Pa = V \quad (2.45)$$

$$P^T w = 0 \quad (2.46)$$

โดย K คือเมตริกซ์ ค่าระยะห่างระหว่างจุดแลนมาร์คทุกจุดกับจุดแลนมาร์คทั้งหมดที่เหลือ

P คือเมตริกซ์ค่าพิกัดของจุดแลนมาร์คบนภาพต้นแบบ

V คือเมตริกซ์ค่าพิกัดของจุดแลนมาร์คบนภาพต้นเป้าหมาย

w คือเมตริกซ์ของค่าน้ำหนัก (weight matrix)

a คือเมตริกซ์การแปลงแอฟไฟน์

จากสมการพื้นฐานทั้ง 2 สมการหากนำมาทำการเขียนในรูปแบบของเมตริกซ์จะได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} K & P \\ P^T & 0(3,3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W \\ A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \\ 0(3,3) \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

โดยเมตริกซ์ P และ V จะมีลักษณะดังนี้

$$P = \begin{bmatrix} 1 & px1 & py1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & pxn & pyn \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} 1 & qx1 & qy1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & qxn & qyn \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

โดยเมตริกซ์ w , a และ K จะมีลักษณะดังนี้ โดยเมตริกซ์ w คือ เมตริกซ์ของค่าน้ำหนัก
 นั่นเอง ส่วนเมตริกซ์ a คือเมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างทั้ง 2 ภาพที่แสดงในรูปแบบของ
 เมตริกซ์การแปลงแอฟไฟน์นั่นเอง

$$W = \begin{bmatrix} 0 & wx1 & wy1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & wxn & wyn \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & ax1 & ay1 \\ 0 & ax2 & ay2 \\ 0 & ax3 & ay3 \end{bmatrix}$$

$$K_{ij} = U(pi, pj) \quad (2.49)$$

$$K = \begin{bmatrix} 0 & U(r_{1,2}) & \cdots & U(r_{1,n-1}) & U(r_{1,n}) \\ U(r_{2,1}) & 0 & \cdots & U(r_{2,n-1}) & U(r_{2,n}) \\ \cdots & \cdots & 0 & \cdots & \cdots \\ U(r_{n-1,1}) & U(r_{n-1,2}) & \cdots & 0 & U(r_{n-2,n}) \\ U(r_{n,1}) & U(r_{n,2}) & \cdots & U(r_{n-1,n-1}) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

$$U(r_{i,j}) = r_{i,j}^2 \ln(r_{i,j}^2) \quad (2.51)$$

$$r_{i,j} = \sqrt{(pxi - pxj)^2 + (pyi - pyj)^2} \quad (2.52)$$

หลังจากที่ทำการคำนวณหาค่าเมตริกซ์ w และ a ได้แล้วสามารถทำการคำนวณหาค่า
 พิกัดใหม่ของจุดต่างๆ (f_x , f_y) ได้จากสมการดังนี้

$$fx(x, y) = ax1 + ax2x + ax3y + \sum_{i=1}^n w_{xi} U(ri) \quad (2.53)$$

$$f_y(x, y) = ay_1 + ay_2x + ay_3y + \sum_{i=1}^n w_{yi}U(r_i) \quad (2.54)$$

$$U(r_{i,j}) = r_i^2 \ln(r_i^2) \quad (2.55)$$

$$r_i = \sqrt{(px_i - x)^2 + (py_i - y)^2}$$

2.3 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เราสามารถจำแนกวิธีการลงทะเบียนภาพได้หลายแบบด้วยกัน (Karin and other. 2000; Petra and other. 1993) ในที่นี้เราแบ่งวิธีการลงทะเบียนภาพได้เป็น 4 วิธีตามคุณลักษณะของภาพที่นำมาใช้ลงทะเบียน ได้แก่

2.3.1 วิธีการลงทะเบียนภาพแบบใช้จุดควบคุม (Control-point based registration)

วิธีการลงทะเบียนภาพแบบใช้จุดควบคุม จะใช้จุดที่สอดคล้องกันระหว่างจุดบนภาพทั้งสองภาพในการลงทะเบียนและเรียกจุดเหล่านั้นว่าแลนมาร์ค ดังนั้นความแม่นยำของการลงทะเบียนภาพจึงขึ้นอยู่กับความถูกต้องของแลนมาร์คที่หาได้

แลนมาร์คอาจจะเป็นจุดซึ่งเป็นคุณสมบัติของวัตถุหรือไม่ใช่ก็ได้ เช่น ในภาพทางการแพทย์จะมีแลนมาร์ค เช่น จุดบนอวัยวะหรือขอบของกระดูกเป็นคุณสมบัติของวัตถุ หรือแลนมาร์คที่ได้จากการเอาแหล่งกำเนิดแสงติดไว้ที่ตัวผู้ป่วยตามจุดต่างๆหรือทำเครื่องหมายไว้ที่ตัวผู้ป่วย เป็นแลนมาร์คซึ่งไม่ใช่คุณสมบัติของวัตถุโดยตรง และวิธีที่ได้มาซึ่งแลนมาร์คนั้นมีหลายวิธี เช่น การหาแลนมาร์คด้วยมือหรือการกำหนดจุดซึ่งจำเป็นต้องอาศัยความแม่นยำและความรู้เกี่ยวกับภาพชนิดนั้นๆ เช่นการหาแลนมาร์คในภาพทางการแพทย์ เป็นต้น นอกจากนี้ยังมีการหาแลนมาร์คแบบอัตโนมัติหรือกึ่งอัตโนมัติ เช่นจุดเปลี่ยนโค้ง หรือจุดมุมของรูป (Rao and Krishnan. 1994) จุดที่มีค่าความโค้งสูงสุด (ปารีชาติ 2547)

จากนั้นสามารถหาเมตริกซ์ของการแปลงได้จากการหาความสัมพันธ์ระหว่างแลนมาร์คบนภาพที่หนึ่งกับภาพที่สอง เช่นในภาพที่มีความสัมพันธ์กันแบบเชิงเส้นสามารถหาเมตริกซ์ของการแปลงได้จากการประมาณค่าเฉลี่ยของค่าผิดพลาดกำลังสอง (Mean Square Error : MSE)

2.3.2 วิธีการลงทะเบียนภาพแบบโมเมนต์ (Moment based registration)

หลักการของวิธีการลงทะเบียนภาพแบบโมเมนต์ จะพิจารณาความสัมพันธ์ของภาพจากคุณสมบัติพื้นฐานของภาพและไม่อาศัยมนุษย์ช่วยในการลงทะเบียนภาพ

เนื่องจากค่าระดับเทา (Gray level) และคุณสมบัติเชิงเรขาคณิตของภาพนั้น ถูกกำหนด ลักษณะโดยจุดศูนย์กลางมวล (Center of Gravity) แกนหลัก (Principal Axis) และค่าโมเมนต์อื่นๆ (Ming-Kei 1962; Flusser and Suk. 1994; Peleg and Resenfeld. 1981; Blum and Nagel. 1978)

ดังนั้นค่าพารามิเตอร์ของการแปลง (เลื่อน หมุน ย่อ ขยาย เป็นต้น) ของการแปลงสำหรับ ภาพมาตรฐาน สามารถคำนวณได้จากการคำนวณโมเมนต์แบบนอร์มอลไลซ์ (Normalizing Moments) ในแต่ละภาพ เนื่องจากค่าโมเมนต์แบบนอร์มอลไลซ์นี้มีคุณสมบัติที่ไม่แปรผันของภาพ

สำหรับประสิทธิภาพของวิธีการลงทะเบียนภาพแบบนี้ จะไวต่อสัญญาณรบกวนอย่างมาก กล่าวคือ ค่าโมเมนต์และพารามิเตอร์สำหรับการแปลงที่คำนวณได้จากภาพที่มีสัญญาณรบกวนจะมีความผิดพลาดแปรผันตามขนาดของสัญญาณรบกวน เป็นผลให้วิธีการลงทะเบียนภาพแบบนี้ไม่นิยมใช้ในการลงทะเบียนภาพมากนักและถูกจำกัดให้ใช้กับภาพที่มีรูปทรงอย่างง่ายเท่านั้น

2.3.3 วิธีการลงทะเบียนภาพแบบใช้ขอบภาพ (Edge-based registration)

วิธีการลงทะเบียนภาพแบบนี้นิยมใช้กับภาพที่มีขอบภาพชัดเจน และไม่สนใจข้อมูลอื่นบน ภาพยกเว้นขอบภาพเท่านั้น

โดยขั้นตอนของการหาขอบภาพสามารถทำได้หลายวิธี เช่นเทมเพลตแมชชีง (Template matching) หรือซีโรครอสซิง (Zero Crossing) เป็นต้น อย่างไรก็ตามการหาขอบภาพที่มีสัญญาณรบกวนอาจทำได้ไม่ถนัดนัก

หลังจากนั้นก็เข้าสู่กระบวนการในการลงทะเบียน เช่น วิธี ICP (Iterative Closet Points) หรือซูเปอร์เคิร์ฟ (Super-Curve) (Minghui and Bede. 2004) จากนั้นคำนวณหาค่าผิดพลาด โดยใช้ค่าต่ำสุดของค่าเฉลี่ยของค่าผิดพลาดกำลังสอง (Minimum Mean Square Error) หรือการเปรียบเทียบระดับความเข้มสี (Intensity) ของพิกเซลที่เป็นขอบภาพ

แต่เนื่องจากความไม่สมบูรณ์ของข้อมูลที่ได้ หรือขอบภาพที่ได้ไม่ถูกต้องทำให้กระบวนการลงทะเบียนผิดพลาดได้ กล่าวคือค่าที่คำนวณได้อาจจะให้ค่าผิดพลาดน้อยสุดในช่วงหนึ่ง (Local minimum) ไม่ใช่ค่าที่ผิดพลาดน้อยสุดจริงๆ (Global minimum) ดังนั้นผลของการลงทะเบียนจึงผิดพลาด จึงต้องอาศัยกระบวนการในการหาจุดที่เป็นค่าผิดพลาดน้อยสุดจริงๆ จึงจะช่วยแก้ปัญหาข้างต้นได้

อย่างไรก็ตามวิธีการลงทะเบียนภาพแบบใช้ขอบภาพ นับว่าเป็นวิธีที่แพร่หลายเนื่องจากขอบภาพเป็นข้อมูลพื้นฐานของภาพ

2.2.4 วิธีลงทะเบียนภาพแบบพิจารณาความเหมือนกันของภาพ (Optimization of a similarity measurement)

หลักการของวิธีลงทะเบียนภาพแบบพิจารณาความเหมือนกันของภาพคือ จะไม่ดึงคุณสมบัติใดๆของภาพ แต่จะทำการแปลงภาพๆหนึ่งและทำการวัดความเหมือนของภาพทั้งสอง และจะทำการแปลงภาพนั้นอีกจนกว่าภาพทั้งสองจะเหมือนกันที่สุด

การวัดความเหมือนของภาพจะพิจารณาจากคุณสมบัติของภาพเช่น Correlation Coefficient, Correlation function หรือ Sum of absolute differences (Karin and other. 2000; Petra and other. 1993)

วิธีลงทะเบียนภาพวิธีนี้จำเป็นต้องใช้กระบวนการทำซ้ำ เช่นการใช้กระบวนการเจเนติก (Genetic Algorithm) (Jean-Michel, Jean-Jose and Christian 2000) ทำให้ใช้เวลาในการประมวลผลมาก

อย่างไรก็ตาม วิธีลงทะเบียนภาพแบบนี้อาจให้ผลลัพธ์ที่ผิดพลาดได้ เนื่องจากคุณสมบัติที่ได้กล่าวไปข้างต้นนั้นมีค่าแปรผันกับค่าความเข้มแสงของภาพ ฉะนั้นวิธีนี้จึงเหมาะที่จะใช้กับภาพที่ถ่ายด้วยเทคนิคเดียวกันเท่านั้น (Same modality)

2.4 สรุป

เนื่องจากได้มีการศึกษาการลงทะเบียนมาเป็นเวลากว่าสิบปี ทำให้วิธีการลงทะเบียนภาพในปัจจุบันมีอยู่หลายวิธี ซึ่งแต่ละวิธีก็มีข้อดีข้อเสียแตกต่างกัน จะพบว่าวิธีการลงทะเบียนภาพแบบใช้จุดแลนมาร์ค เป็นวิธีที่สามารถประมวลผลได้อย่างรวดเร็วเนื่องจากไม่มีกระบวนการทำซ้ำ ซึ่งในปัจจุบันจุดแลนมาร์คของภาพแต่ละภาพนั้นสามารถหาได้หลายวิธี เช่น การกำหนดตำแหน่งโดยมนุษย์หรือหาโดยอัตโนมัติ ซึ่งการกำหนดตำแหน่งโดยมนุษย์นั้นจำเป็นต้องอาศัยผู้เชี่ยวชาญและความแม่นยำในการกำหนดจุดอย่างมาก ส่วนแลนมาร์คแบบอัตโนมัติที่ใช้กันในปัจจุบันจะใช้ลักษณะเด่นของภาพนั้นๆ เช่นจุดเปลี่ยนเว้า (Inflection points) คือจุดที่มีค่าความโค้งเป็นศูนย์ และจุดที่มีค่าความโค้งสูงสุด (Maximum Curvature)

งานวิจัยฉบับนี้นำเสนอการลงทะเบียนภาพแบบใช้จุดควบคุม (Control-point based registration) โดยการหาแลนมาร์คแบบอัตโนมัติ โดยการประยุกต์ใช้การแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วย ซึ่งในการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยนั้น มีคุณสมบัติในการวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียด โดยใช้การแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยกับคอนทัวร์ของขอบภาพ เพื่อลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพลง และใช้จุดของคอนทัวร์ของขอบภาพที่ระดับความละเอียดที่ต่ำลงมา เป็นจุดแลนมาร์คในการหาพารามิเตอร์ของการแปลง จุดแลนมาร์คที่ได้จากการแปลงเวฟ

เส้นแบบเต็มหน่วยนั้น จะเป็นค่าโดยประมาณของคอนทัวร์ของขอบภาพนั้น ซึ่งลดความละเอียดใน ส่วนของรายละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพออกไป ทำให้เหลือแต่ลักษณะเด่นหรือ โครงสร้างหลักของคอนทัวร์ของขอบภาพนั้นๆ



มหาวิทยาลัยศรีปทุม
SRIPATUM UNIVERSITY

บทที่ 3

ระเบียบวิธีวิจัย

3.1 รูปแบบการวิจัย

ในงานวิจัยนี้เป็นการพัฒนาเทคนิคในการลงทะเบียนภาพไม่เป็นเชิงเส้นโดยใช้จุดควบคุม โดยหาจุดสอดคล้องกันระหว่างภาพทั้งสองหรือจุดแลนมาร์ค จากคอนทราสต์ของขอบภาพวัตถุที่ต้องการนำมาลงทะเบียนภาพทั้งสอง โดยใช้การแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยเพื่อลดระดับความละเอียดของขอบภาพลง และใช้จุดดังกล่าวเป็นจุดแลนมาร์ค เพื่อใช้หาค่าพารามิเตอร์ไม่เป็นเชิงเส้นในการแปลงภาพโดยใช้ทินเพลทสไปน และนำค่าพารามิเตอร์ที่ได้มาใช้ในการแปลงภาพที่จะซ้อนทับภาพหรือลงทะเบียนภาพ เพื่อเปรียบเทียบผลของการลงทะเบียนภาพจากเทคนิคที่นำเสนอ กับเทคนิคที่เคยมีผู้นำเสนอก่อนหน้านี้

3.2 กลุ่มประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ในงานวิจัยนี้จะทำการวัดและทำการคำนวณหาค่าผิดพลาด ที่ได้จากการลงทะเบียนภาพ จากภาพถ่ายของวัตถุตัวอย่าง ที่ได้จากระบบที่ใช้ในการเก็บข้อมูลภาพที่จัดทำขึ้น โดยทำการถ่ายภาพวัตถุจริงในรูปแบบต่างๆ ซึ่งมีความสัมพันธ์กับการแปลงภาพเชิงเรขาคณิตประกอบด้วย การเลื่อนภาพทางแนวนอน/แนวตั้ง, การหมุนภาพระหว่างมุม 0° – 360° , การย่อ/ขยายภาพทางแนวนอน/แนวตั้ง, การเฉือนภาพ, การฉายภาพระหว่างมุม 0° – 180° และการแปลงแบบผสม ทำการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการลงทะเบียนภาพ เพื่อศึกษาผลของการเลือกใช้เวฟเล็ตแม่แบบต่างๆ ประกอบด้วย Haar, Daubechies, Symlets, Coiflets

3.3 ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย

ในงานวิจัยนี้จะทำการวัดและคำนวณหาค่าผิดพลาดจากการลงทะเบียนภาพจากภาพถ่ายของวัตถุตัวอย่าง โดยมีขั้นตอนของการศึกษาและวิจัยดังนี้

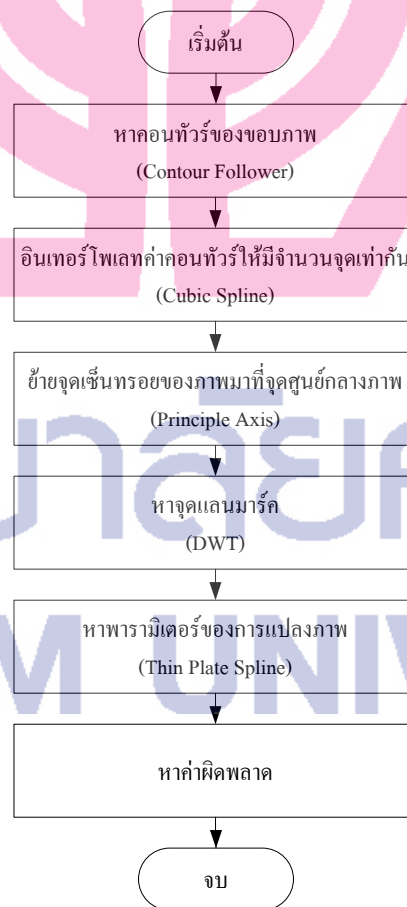
1. ทำการศึกษาการลงทะเบียนภาพด้วยวิธีที่นำเสนอ
2. ทำการทดสอบสมมุติฐานที่ใช้ในงานวิจัย
3. ทำการศึกษาการสร้างระบบในการจัดเก็บภาพ
4. จัดสร้างระบบที่ใช้ในการเก็บข้อมูลภาพ
5. ทำการเก็บข้อมูลของภาพภายใต้การแปลงเชิงเรขาคณิตในแบบต่างๆ

6. ทำการเก็บผลของการลงทะเบียนภาพที่ได้จากเวฟเล็ตแม่แบบต่างๆ
7. ทำการเปรียบเทียบผลค่าที่ได้จากการลงทะเบียนภาพ เพื่อศึกษาผลของการแปลงภาพในแบบต่างๆ
8. ทำการเปรียบเทียบผลค่าที่ได้จากการลงทะเบียนภาพ เพื่อศึกษาผลของการเลือกใช้เวฟเล็ตแม่แบบต่างๆ
9. สรุปผล จัดทำรายงาน

3.4 เครื่องมือการวิจัย

- เครื่องคอมพิวเตอร์
- กล้องถ่ายภาพดิจิทัลพร้อมอุปกรณ์

3.5 กระบวนการคำนวณในงานวิจัย



ภาพประกอบ 3.1 โพลซาร์จแสดงกระบวนการคำนวณ

จากภาพประกอบ 3.1 โพลซาร์จแสดงกระบวนการคำนวณการลงทะเบียนภาพไม่เป็นเชิงเส้น แบบใช้จุดควบคุมหรือจุดแลนมาร์ค ซึ่งจะอธิบายโดยละเอียดดังต่อไปนี้

3.5.1 การหาคอนทัวร์ของภาพด้วยวิธีคอนทัวร์ฟอลโลเวอร์(Contour Follower)

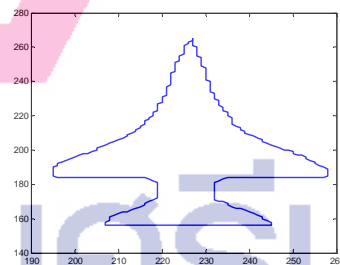
คอนทัวร์ฟอลโลเวอร์เป็นวิธีการหาขอบภาพวิธีหนึ่งซึ่งให้พิกัดของขอบภาพนั้นเป็นผลลัพธ์ โดยอัลกอริทึมที่ใช้สามารถเข้าใจได้ง่ายและประมวลผลได้อย่างรวดเร็ว

โดยหลักการของคอนทัวร์ฟอลโลเวอร์นั้น ขอบภาพคือพิกเซลที่แบ่งแยกระหว่างส่วนที่เป็นวัตถุและส่วนนอกวัตถุ โดยพิจารณาจากค่าระดับสีที่เกินกว่าค่าเทรชโฮลที่กำหนด และมีขั้นตอนในการหาขอบภาพในทิศทางตามเข็มนาฬิกา ดังนี้

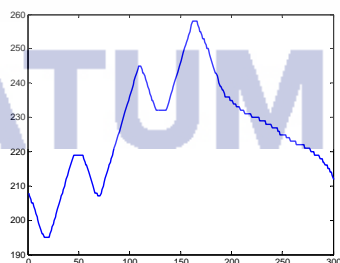
1. กำหนดให้จุดบนสุดของขอบภาพเป็นจุดเริ่มต้นของขอบภาพ
2. จากนั้นจะพิจารณาว่าจุดใดเป็นจุดต่อไป โดยพิจารณาพิกเซลที่ติดอยู่กับจุดเริ่มต้นบนขอบภาพทางด้านซ้าย พิจารณาค่าที่พิกเซลนั้นว่าเป็นจุดภายในวัตถุหรือไม่ ถ้าใช่จะถือว่าพิกเซลนั้นเป็นจุดที่สองบนขอบภาพ หากไม่ใช่จะพิจารณาจุดที่ติดกันตามทิศทางตามเข็มนาฬิกา ทำซ้ำในขั้นตอนที่ 2 จนกว่าจะได้จุดล่าสุดบนขอบภาพมีค่าเท่ากับจุดเริ่มต้นบนขอบภาพจะได้เส้นรอบวงปิดของขอบภาพนั้นๆ



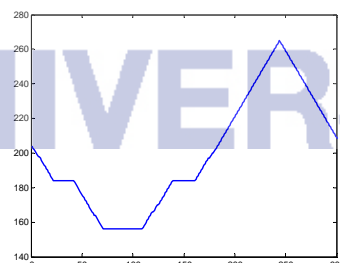
(ก) ภาพถ่าย



(ข) คอนทัวร์ของภาพถ่าย



(ค) พิกัดในแกน X

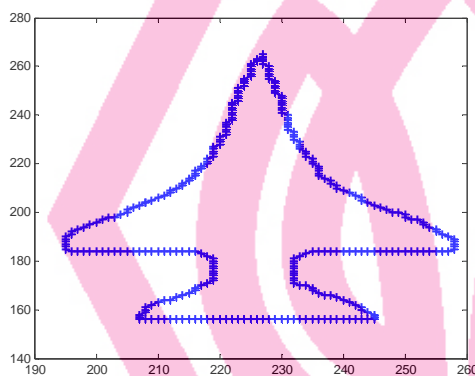


(ง) พิกัดในแกน Y

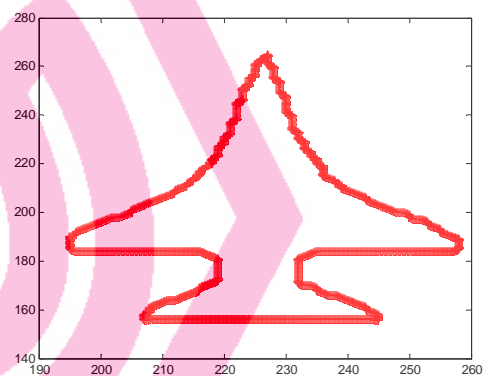
ภาพประกอบ 3.2 ตัวอย่างคอนทัวร์ของภาพถ่ายที่ทำได้จากวิธีคอนทัวร์ฟอลโลเวอร์

3.5.2 การอินเทอร์โพลेटคอนทัวร์

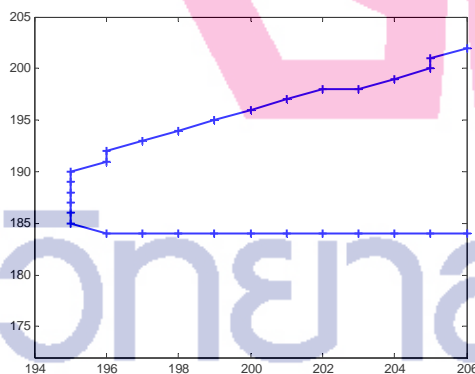
ทำการแทนเส้นขอบภาพที่หาได้จากวิธีคอนทัวร์โพลโลเวอร์ ด้วยการอินเทอร์โพลेटแบบคิวบิกสไปไลน์(Cubic Spline) ให้จำนวนจุดของคอนทัวร์ของขอบภาพที่จะนำมาลงทะเบียนภาพทั้ง 2 ภาพ มีจำนวนจุดคอนทัวร์ที่เท่ากัน เพื่อเวลาลำดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพด้วยการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยแล้ว จะคงเหลือจำนวนจุดที่จะนำมาเป็นแลนมาร์คในการคำนวณหาสมการของการแปลงที่เท่ากัน



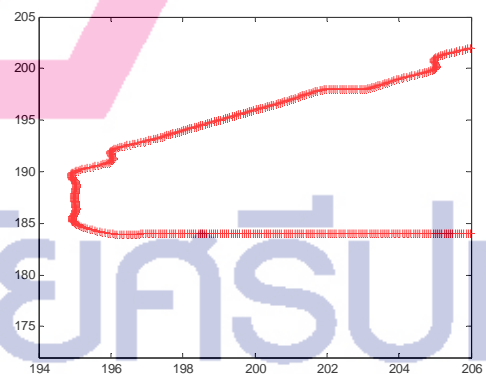
(ก) ภาพคอนทัวร์ก่อนอินเทอร์โพลेट



(ข) ภาพคอนทัวร์หลังอินเทอร์โพลेट



(ค) คอนทัวร์ของปีกซ้ายก่อนอินเทอร์โพลेट



(ง) คอนทัวร์ของปีกซ้ายหลังอินเทอร์โพลेट

ภาพประกอบ 3.3 แสดงการอินเทอร์โพลेटด้วยคิวบิกสไปไลน์

3.5.3 การหาแลนมาร์คด้วยการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วย

ทำการย้ายจุดเริ่มต้นของคอนทัวร์ของขอบภาพมายังจุดที่มีค่าความโค้งสูงสุด จากคอนทัวร์ของขอบภาพที่ได้จากวิธีคอนทัวร์โพลโลเวอร์ จากนั้นทำการลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพโดยการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วย สัญญาณที่ผ่านตัวกรองความถี่ต่ำถูกเรียกว่า

สัญญาณโดยประมาณ (Approximation Signal) ซึ่งเป็นตัวแทนของสัญญาณอินพุท และสัญญาณรายละเอียด (Detail Signal) จะผ่านตัวกรองความถี่สูงผ่าน จากคุณสมบัติเชิงเส้นของการแปลง จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าประมาณของสัญญาณ A_j และค่ารายละเอียดของสัญญาณ W_j ของ x_a, y_a, x , และ y ที่ระดับความละเอียด j จะได้ดังสมการที่ 3.1 และ 3.2 (Ibrahim, Maher and Mohamed. 2004)

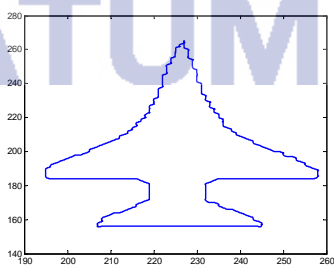
$$\begin{aligned} A_j x_a &= a_{11} A_j x + a_{12} A_j y + 2^{\frac{j}{2}} b_1 \\ A_j y_a &= a_{21} A_j x + a_{22} A_j y + 2^{\frac{j}{2}} b_2 \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} W_j x_a &= a_{11} W_j x + a_{12} W_j y \\ W_j y_a &= a_{21} W_j x + a_{22} W_j y \end{aligned} \quad (3.2)$$

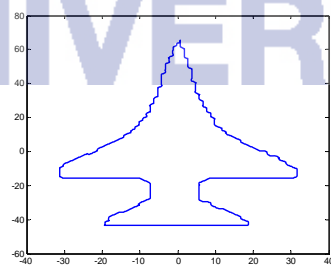
จากสมการด้านบนจะเห็นว่าในส่วนของค่าประมาณของสัญญาณ จะขึ้นอยู่กับตำแหน่งของคอนทัวร์บนภาพ แต่ค่ารายละเอียดของสัญญาณจะไม่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของคอนทัวร์ ดังนั้นถ้าเซ็นทรอยของภาพถูกย้ายมาที่จุดศูนย์กลางจะทำให้ค่า $b_1 = b_2 = 0$ จะได้สมการใหม่ดังสมการที่ 3.3

$$\begin{bmatrix} A_j x_a & W_j x_a \\ A_j y_a & W_j y_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_j x & W_j x \\ A_j y & W_j y \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

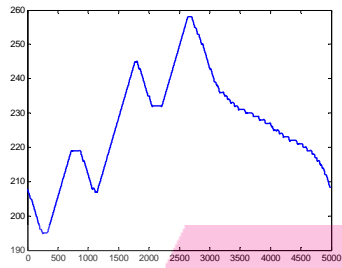
ทำการลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพโดยการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยลงที่ระดับความละเอียดที่ต้องการ จากนั้นนำจุดที่ได้เป็นจุดแลนมาร์คสำหรับหาเมตริกซ์ของการแปลงเพื่อใช้ในการลงทะเบียนภาพ



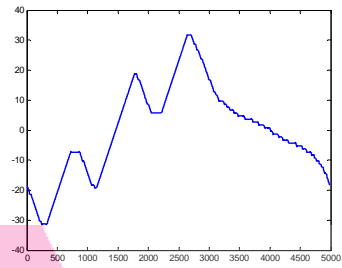
(ก) คอนทัวร์ก่อนการย้ายจุดศูนย์กลางภาพ



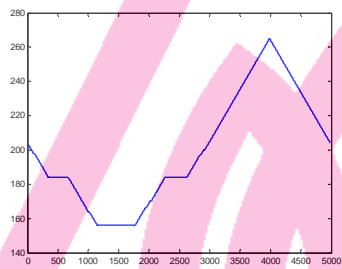
(ข) คอนทัวร์หลังการย้ายจุดศูนย์กลางภาพ



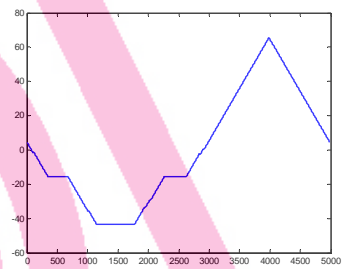
(ค) พิกัดแกน X ก่อนการย้าย



(ง) พิกัดแกน X หลังการย้าย



(จ) พิกัดแกน Y ก่อนการย้าย



(ฉ) พิกัดแกน Y หลังการย้าย

ภาพประกอบ 3.4 แสดงการย้ายจุดศูนย์กลางภาพมายังจุดเซ็นทรอย

ระดับ	สัญญาณประมาณ (Approximation)	สัญญาณรายละเอียด (Detail Signal)	ระดับ	สัญญาณประมาณ (Approximation)	สัญญาณรายละเอียด (Detail Signal)
8			4		
7			3		
6			2		
5			1		

ภาพประกอบ 3.5 ผลการลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ที่ระดับต่างๆ

จากการลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพลง เราสามารถที่จะเลือกจำนวนจุดที่จะใช้เป็นแลนมาร์ค เพื่อใช้ในการหาเมตริกซ์ของการแปลงในการลงทะเบียนภาพ ซึ่งต้องใช้จุดแลนมาร์คอย่างน้อยจำนวน 4 จุด ซึ่งเพียงพอสำหรับการแปลงแอฟไฟน์ (ปาริชาติ 2547)

3.5.4 การหาเมตริกซ์ของการแปลง

การหาเมตริกซ์ของการแปลงภาพ สามารถหาได้จากการแทนค่าจุดแลนมาร์คที่ได้จากการลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของภาพทั้ง 2 ดังแสดงในสมการที่ 3.4

$$Kw + Pa = V \quad (3.4)$$

โดย K คือเมตริกซ์ ค่าระยะห่างระหว่างจุดแลนมาร์คทุกจุดกับจุดแลนมาร์คทั้งหมดที่เหลือ
 P คือเมตริกซ์ค่าพิกัดของจุดแลนมาร์คบนภาพต้นแบบ
 V คือเมตริกซ์ค่าพิกัดของจุดแลนมาร์คบนภาพต้นเป้าหมาย
 w คือเมตริกซ์ของค่าน้ำหนัก (Weight matrix)
 a คือเมตริกซ์การแปลงแอฟไฟน์

3.5.5 การหาค่าผิดพลาดของการลงทะเบียนภาพ

ค่าผิดพลาดของการลงทะเบียนภาพหาได้จากผลรวมของระยะทางที่สั้นที่สุด ระหว่างขอบของผลภาพที่ได้จากการลงทะเบียนเทียบกับภาพต้นฉบับ (ภาพอ้างอิง) ดังสมการที่ 3.5 จะได้ว่าค่าผิดพลาด ($Error$) เป็นระยะทางที่ผิดพลาดไปโดยเฉลี่ยต่อหนึ่งพิกเซลนั่นเอง

$$Error = \frac{\sum_{i=1, j=1}^n \min |P_i - P_j|}{n} \quad (3.5)$$

เมื่อ P_i, P_j เป็นจุดบนขอบภาพต้นฉบับและผลภาพที่ได้จากการลงทะเบียนตามลำดับ
 n เป็นจำนวนจุดบนขอบภาพ

บทที่ 4

การทดสอบวิธีการ

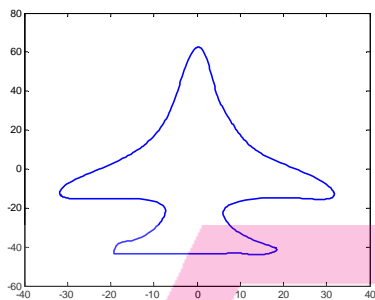
การทดสอบกระทำโดยการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการคำนวณวิธีการที่เสนอโดยใช้โปรแกรม Matlab การทดสอบประกอบด้วย การทดสอบการลงทะเบียนภาพจากคอนทัวร์ของขอบภาพ การทดสอบผลของเวฟเล็ตแม่ต่อการลงทะเบียนภาพ การทดสอบการลงทะเบียนภาพจากภาพถ่ายวัตถุ การทดสอบการลงทะเบียนภาพจากภาพทางการแพทย์ การทดสอบการประยุกต์ใช้ในการจำแนกตัวอักษร

4.1 การทดสอบการลงทะเบียนภาพจากคอนทัวร์ของขอบภาพ

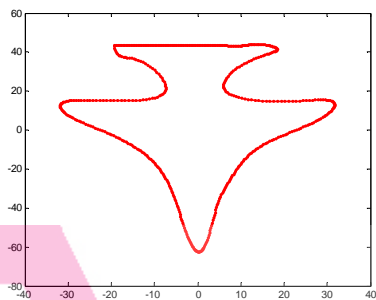
การทดสอบนี้จะทำการลงทะเบียนภาพจากคอนทัวร์ของขอบภาพที่แปลงแบบต่างๆ ที่มีจุดเริ่มต้นของคอนทัวร์ของขอบภาพเป็นจุดเดียวกัน และมีจำนวนจุดของคอนทัวร์ของขอบภาพจำนวน 512 จุด โดยเลือกใช้เวฟเล็ตแม่แบบ Haar ทำการลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพลงที่ระดับที่ 1 และนำจุดแลนมาร์คที่ได้ใช้ในการลงทะเบียนภาพ เพื่อศึกษาความเป็นไปได้ของการประยุกต์ใช้การแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยมาใช้ในการลงทะเบียนภาพ กับภาพที่แปลงแบบต่างๆ

4.1.1 การทดสอบการลงทะเบียนภาพจากการแปลงรีจิด

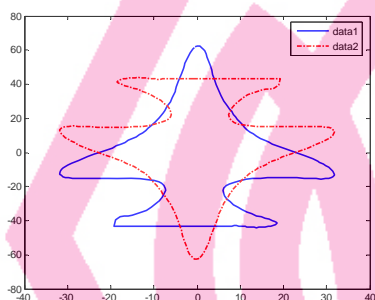
การทดสอบจะทำการลงทะเบียนภาพ จากคอนทัวร์ของขอบภาพอ้างอิงกับคอนทัวร์ของขอบภาพที่แปลงรีจิด คอนทัวร์ของขอบภาพอ้างอิงดังแสดงในภาพประกอบ 4.1ก คอนทัวร์ของขอบภาพที่แปลงรีจิดที่ถูกหมุน 180 องศาดังแสดงในภาพประกอบ 4.1ข คอนทัวร์ของขอบภาพทั้งสองที่จะทำการลงทะเบียนดังแสดงในภาพประกอบ 4.1ค โดยที่เส้นที่บแทนคอนทัวร์ของภาพอ้างอิง และเส้นปะแทนคอนทัวร์ของภาพที่แปลงรีจิด ผลของการลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพ ดังแสดงในภาพประกอบ 4.1ง ผลของการลงทะเบียนภาพที่ลดระดับความละเอียดลง ดังแสดงในภาพประกอบ 4.1จ และผลของการลงทะเบียนภาพที่ระดับความละเอียดปกติดังแสดงในภาพประกอบ 4.1ฉ



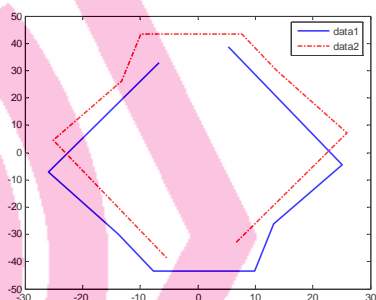
(ก) คอนทัวร์ของขอบภาพอ้างอิง



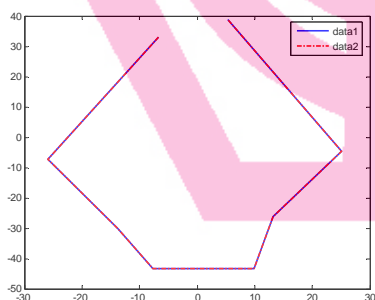
(ข) คอนทัวร์ของขอบภาพที่แปลงรีจิด



(ค) คอนทัวร์ของขอบภาพที่จะลงทะเบียน



(ง) ผลการลดระดับความละเอียด



(จ) ผลการลงทะเบียนภาพที่ลดระดับความละเอียดลง

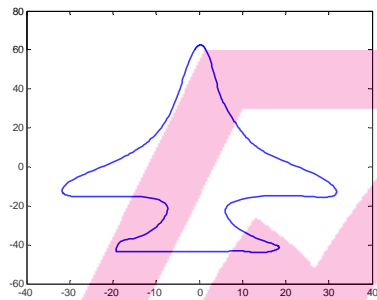
(ฉ) ผลการลงทะเบียนภาพที่ระดับความละเอียดปกติ

ภาพประกอบ 4.1 ผลการลงทะเบียนภาพจากคอนทัวร์ของขอบภาพที่แปลงรีจิด

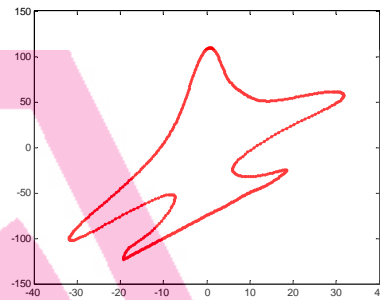
4.1.2 การทดสอบการลงทะเบียนภาพจากการแปลงลิเนาริตี

การทดสอบจะทำการลงทะเบียนภาพ จากคอนทัวร์ของขอบภาพอ้างอิงกับคอนทัวร์ของขอบภาพที่แปลงลิเนาริตี คอนทัวร์ของขอบภาพอ้างอิงดังแสดงในภาพประกอบ 4.2ก คอนทัวร์ของขอบภาพที่แปลงลิเนาริตีถูกหมุน 30 องศา ขยายทางแกน $x = 5$ เท่า และขยายทางแกน $y = 2$ เท่าดังแสดงในภาพประกอบ 4.2ข คอนทัวร์ของขอบภาพทั้งสองที่จะทำการลงทะเบียนภาพดังแสดงในภาพประกอบ 4.2ค โดยที่เส้นทึบแทนคอนทัวร์ของภาพอ้างอิง และเส้นปะแทนคอนทัวร์ของภาพที่แปลงลิเนาริตี ผลของการลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพ ดัง

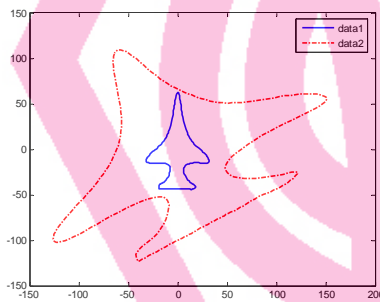
แสดงในภาพประกอบ 4.2ง ผลของการลงทะเบียนภาพที่ลดระดับความละเอียดลง ดังแสดงในดั่งภาพประกอบ 4.2จ และผลของการลงทะเบียนภาพที่ระดับปกติดังแสดงในภาพประกอบ 4.2ฉ



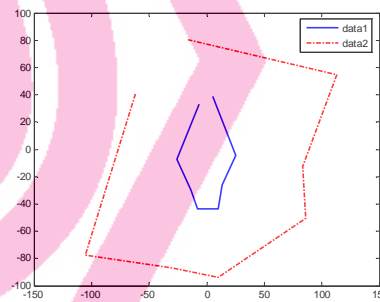
(ก) คอนทัวร์ของขอบภาพอ้างอิง



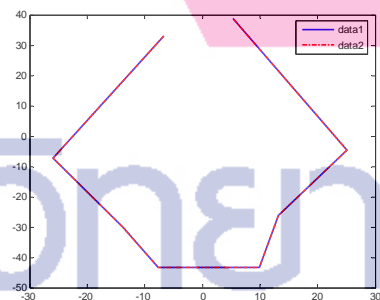
(ข) คอนทัวร์ของขอบภาพที่แปลงสิมิลาริตี้



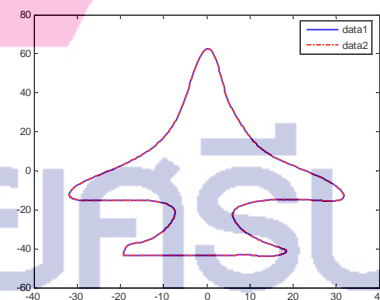
(ค) คอนทัวร์ของขอบภาพที่จะลงทะเบียน



(ง) ผลการลดระดับความละเอียด



(จ) ผลการลงทะเบียนภาพที่ระดับที่ 1



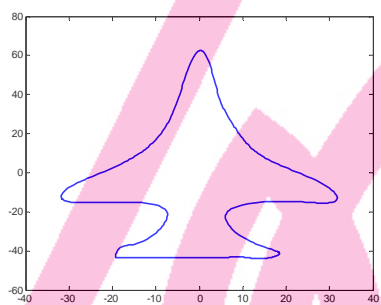
(ฉ) ผลการลงทะเบียนภาพ

ภาพประกอบ 4.2 ผลการลงทะเบียนภาพจากคอนทัวร์ของขอบภาพที่แปลงสิมิลาริตี้

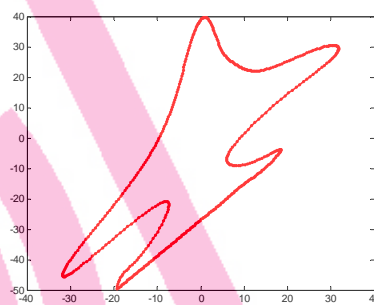
4.1.3 การทดสอบการลงทะเบียนภาพจากการแปลงแอฟไฟน์

การทดสอบจะทำการลงทะเบียนภาพ จากคอนทัวร์ของขอบภาพอ้างอิงกับคอนทัวร์ของขอบภาพที่แปลงแอฟไฟน์ คอนทัวร์ของขอบภาพอ้างอิงดังแสดงในภาพประกอบ 4.3ก คอนทัวร์ของขอบภาพแปลงแอฟไฟน์ที่ถูกหมุน 70 องศา เนื่อนทางแกน $x = 0.3$ และเนื่อนทางแกน $y = 0.7$ ดังแสดงในภาพประกอบ 4.3ข คอนทัวร์ของขอบภาพทั้งสองที่จะทำการลงทะเบียนภาพ

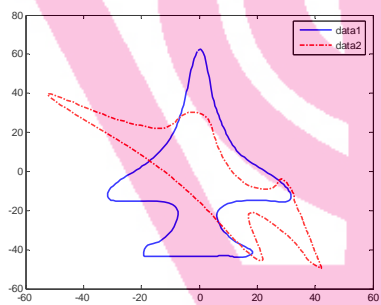
ดังแสดงในภาพประกอบ 4.3ค โดยที่เส้นทึบแทนคอนทัวร์ของภาพอ้างอิง และเส้นปะแทนคอนทัวร์ของภาพที่แปลงแอฟไฟน์ ผลของการลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพ ดังแสดงในภาพประกอบ 4.3ง ผลของการลงทะเบียนภาพที่ลดระดับความละเอียดลง ดังแสดงในภาพประกอบ 4.3จ และผลของการลงทะเบียนภาพที่ระดับปกติดังแสดงในภาพประกอบ 4.3ฉ



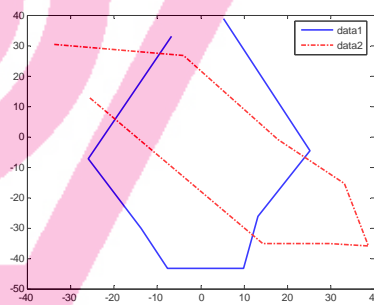
(ค) คอนทัวร์ของขอบภาพอ้างอิง



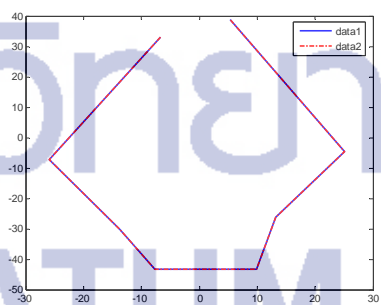
(ข) คอนทัวร์ของขอบภาพที่แปลงแอฟไฟน์



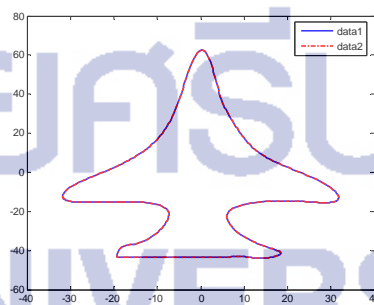
(ค) คอนทัวร์ของขอบภาพที่จะลงทะเบียน



(ง) ผลการลดระดับความละเอียด



(จ) ผลการลงทะเบียนภาพที่ระดับที่ 1



(ฉ) ผลการลงทะเบียนภาพ

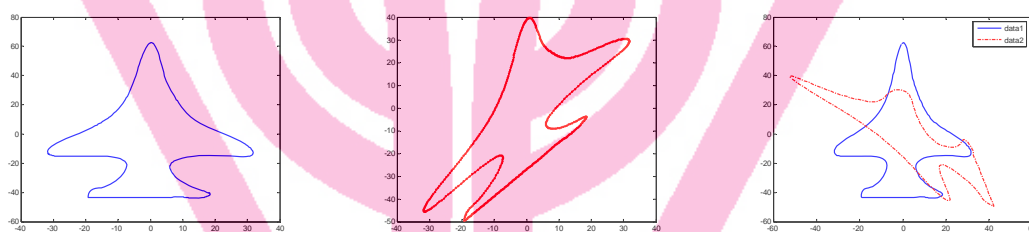
ภาพประกอบ 4.3 ผลการลงทะเบียนภาพจากคอนทัวร์ของขอบภาพที่แปลงแอฟไฟน์

จากการทดสอบจะเห็นว่า การลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพลง โดยการแปลงแอฟไฟน์แบบเต็มหน่วยนั้น ข้อมูลที่ได้ที่ระดับความละเอียดที่ต่ำลงมา สามารถใช้เป็นจุด

แลนมาร์คในการหาเมตริกซ์ของการแปลง เพื่อใช้ในการลงทะเบียนภาพได้ และสามารถใช้งานได้กับภาพที่ถูกแปลงแบบบริจิต, แบบสิมิลาริตี และแบบแอฟไฟน์

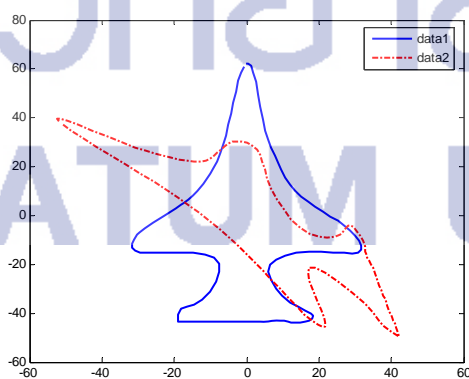
4.2 การทดสอบผลของเวฟเล็ตแม่ต่อการลงทะเบียนภาพ

การทดสอบนี้จะทำการลงทะเบียนภาพจากคอนทัวร์ของขอบภาพที่แปลงแบบแอฟไฟน์ คอนทัวร์ของขอบภาพอ้างอิงดังแสดงในภาพประกอบ 4.4ก คอนทัวร์ของขอบภาพแปลงแอฟไฟน์ที่ถูกหมุน 70 องศา เหนือทางแกน $x = 0.3$ และเหนือทางแกน $y = 0.7$ ดังแสดงในภาพประกอบ 4.4ข ที่มีจุดเริ่มต้นของคอนทัวร์ของขอบภาพเป็นจุดเดียวกัน และมีจำนวนจุดของคอนทัวร์ของขอบภาพจำนวน 512 จุด โดยเลือกใช้เวฟเล็ตแม่แบบ Haar, Daubechies, Coiflets และ Symlets ลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพลงและใช้เป็นจุดแลนมาร์ค เพื่อศึกษาผลของเวฟเล็ตแม่ต่อการลงทะเบียนภาพ

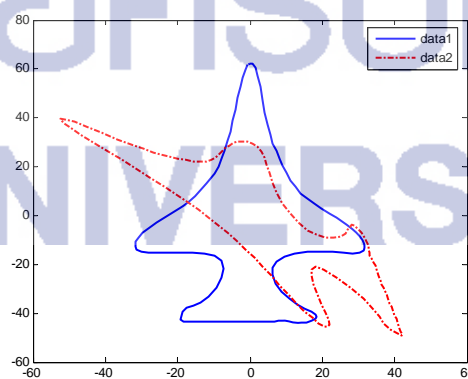


(ก) คอนทัวร์ของขอบภาพอ้างอิง (ข) คอนทัวร์ของขอบภาพที่แปลงแอฟไฟน์ (ค) คอนทัวร์ของขอบภาพที่จะลงทะเบียน

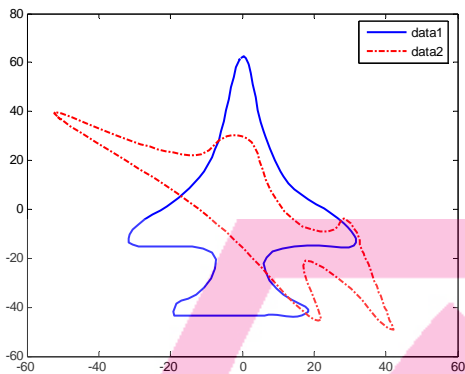
ภาพประกอบ 4.4 คอนทัวร์ของขอบภาพที่ใช้ในการทดสอบ



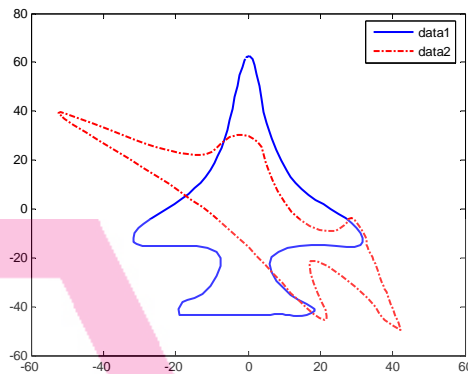
(ก) เวฟเล็ตแม่ Haar



(ข) เวฟเล็ตแม่ Daubechies

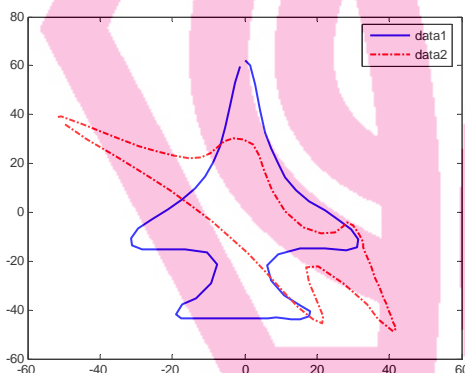


(ค) เวฟเล็ตแม่ Symlets

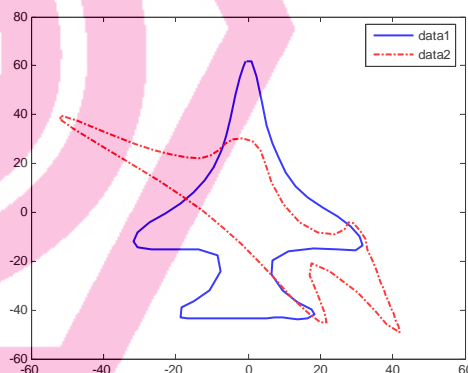


(ง) เวฟเล็ตแม่ Coiflets

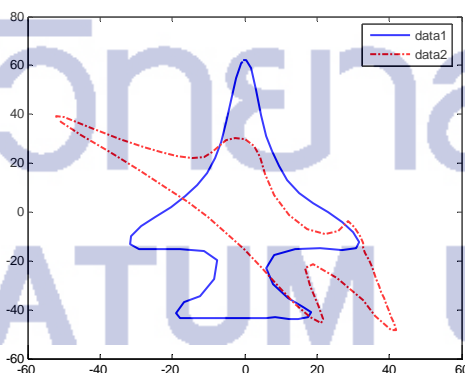
ภาพประกอบ 4.5 การลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพที่ระดับที่ 6



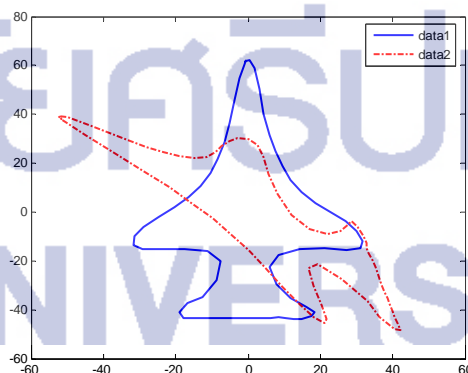
(ก) เวฟเล็ตแม่ Haar



(ข) เวฟเล็ตแม่ Daubechies

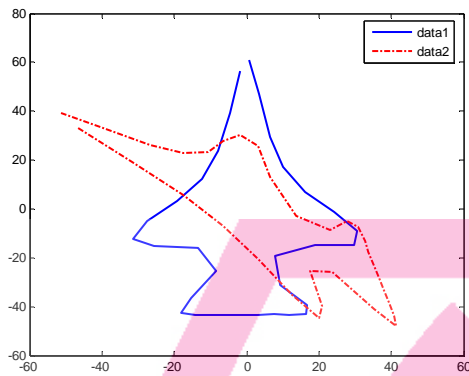


(ค) เวฟเล็ตแม่ Symlets

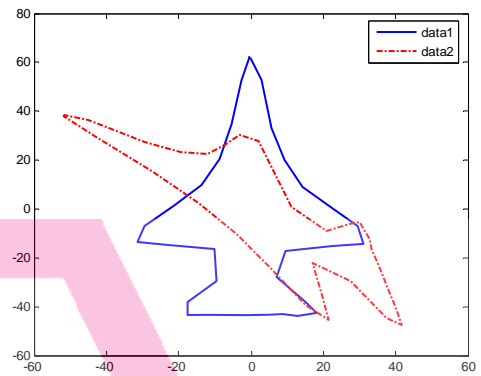


(ง) เวฟเล็ตแม่ Coiflets

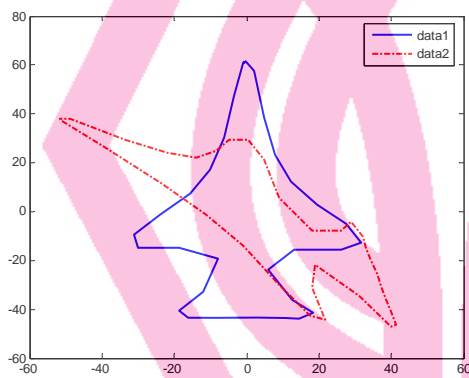
ภาพประกอบ 4.6 การลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพที่ระดับที่ 5



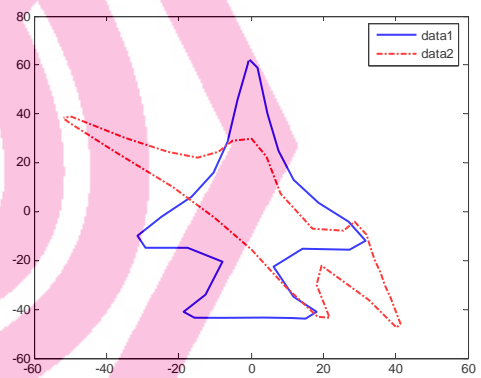
(ก) เวฟเล็ตแม่ Haar



(ข) เวฟเล็ตแม่ Daubechies

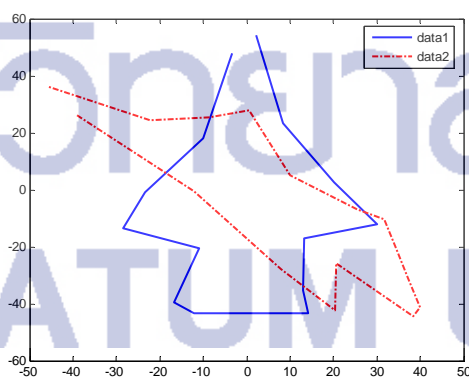


(ค) เวฟเล็ตแม่ Symlets

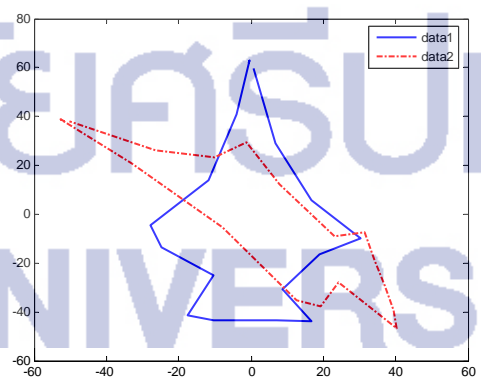


(ง) เวฟเล็ตแม่ Coiflets

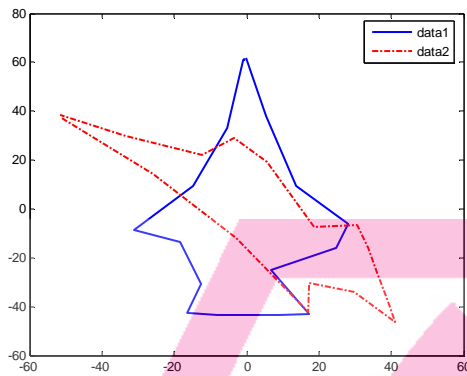
ภาพประกอบ 4.7 การลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพที่ระดับที่ 4



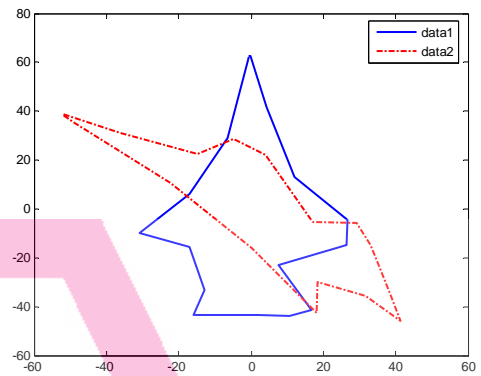
(ก) เวฟเล็ตแม่ Haar



(ข) เวฟเล็ตแม่ Daubechies

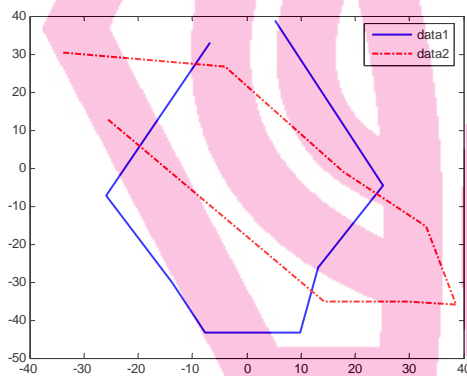


(ค) เวฟเล็ตแม่ Symlets

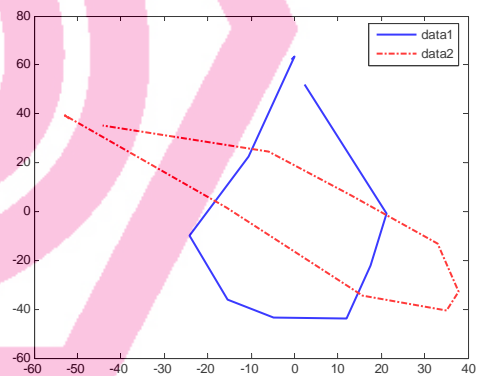


(ง) เวฟเล็ตแม่ Coiflets

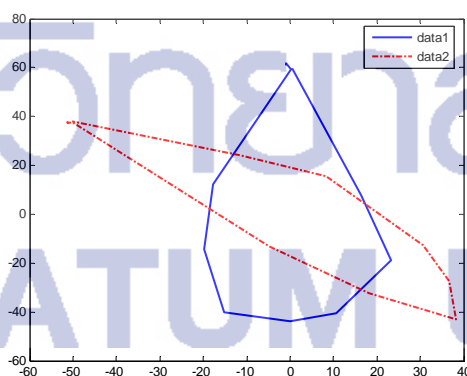
ภาพประกอบ 4.8 การลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพที่ระดับที่ 3



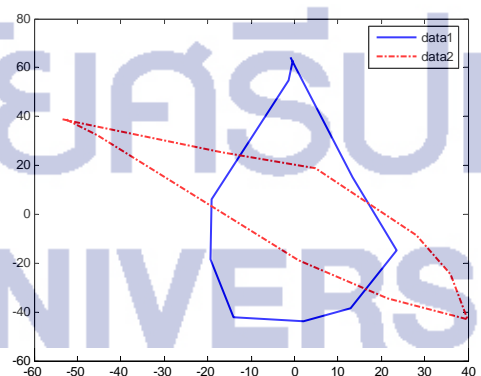
(ค) เวฟเล็ตแม่ Haar



(ข) เวฟเล็ตแม่ Daubechies

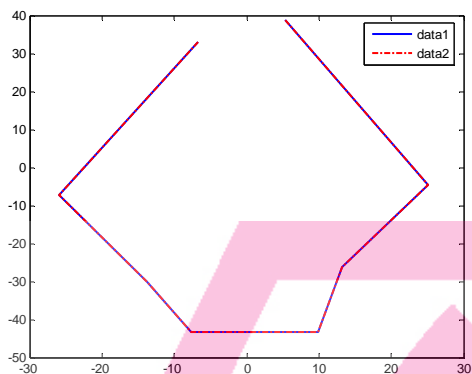


(ค) เวฟเล็ตแม่ Symlets

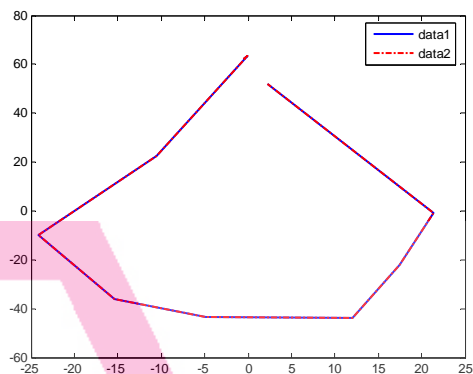


(ง) เวฟเล็ตแม่ Coiflets

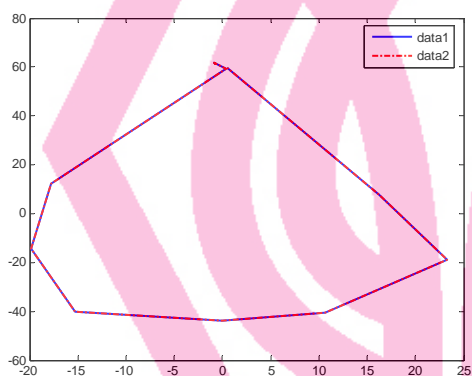
ภาพประกอบ 4.9 การลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพที่ระดับที่ 2



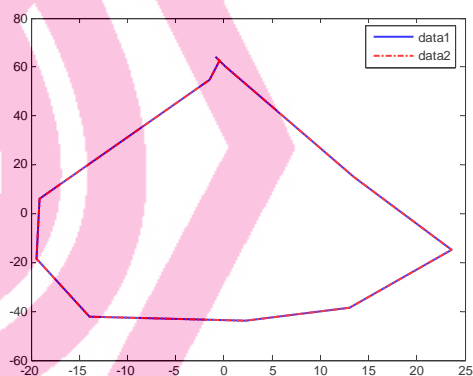
(ก) เวฟเล็ตแม่ Haar



(ข) เวฟเล็ตแม่ Daubechies

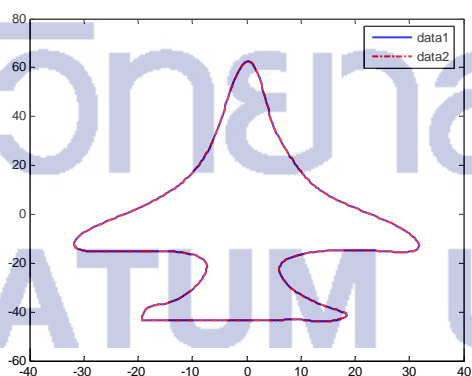


(ค) เวฟเล็ตแม่ Symlets

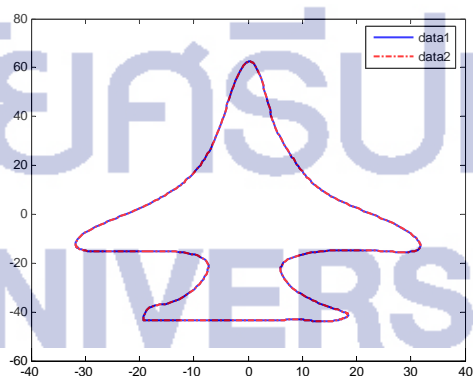


(ง) เวฟเล็ตแม่ Coiflets

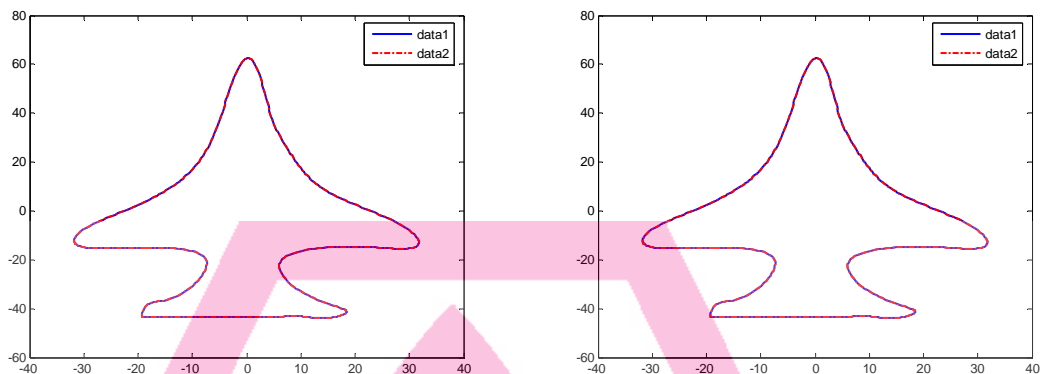
ภาพประกอบ 4.10 ผลการลงทะเบียนภาพที่ระดับความละเอียดที่ 2



(ก) เวฟเล็ตแม่ Haar



(ข) เวฟเล็ตแม่ Daubechies



(ค) เวฟเล็ตแม่ Symlets

(ง) เวฟเล็ตแม่ Coiflets

ภาพประกอบ 4.11 ผลการลงทะเบียนภาพจากคอนทราสต์เริ่มต้น

จากผลการทดสอบในภาพประกอบ 4.5 ถึงภาพประกอบ 4.9 โดยเส้นที่บแทนคอนทราสต์ของขอบภาพอ้างอิง และเส้นปะแทนคอนทราสต์ของขอบภาพที่แปลงแบบแอฟไฟน์ จะเห็นว่าผลของการลดระดับความละเอียดของคอนทราสต์ของขอบภาพโดยใช้เวฟเล็ตที่แตกต่างกัน จะให้ผลของจุดแลนมาร์คที่ต่างกัน แต่มีลักษณะที่คล้ายกัน จากภาพประกอบ 4.10 และภาพประกอบ 4.11 จะเห็นว่าจุดแลนมาร์คที่ได้จากเวฟเล็ตที่แตกต่างกัน สามารถนำมาใช้ในการคำนวณหาสมการของการแปลงเพื่อใช้ในการลงทะเบียนภาพได้ ซึ่งจะเห็นได้จากผลการทดสอบ

4.3 การทดสอบการลงทะเบียนภาพจากภาพถ่ายวัตถุ

การทดสอบนี้ทำการลงทะเบียนภาพที่ถ่ายจากวัตถุจริง โดยเลือกใช้เวฟเล็ตแม่ Haar ทำการลงทะเบียนภาพจากภาพถ่ายในมุมมองต่างกัน 4 ลักษณะ เพื่อเทียบกับภาพอ้างอิง ได้แก่ ภาพสมิลา ริตี้จะทำการย่อภาพ ภาพแอฟไฟน์ โดยทำการขยายภาพและการหมุนภาพ และภาพเพอร์สเปกทีฟ โดยการปรับมุมมองกับพื้นระนาบเป็นมุมประมาณ 15 องศา และ 30 องศา แสดงดังภาพประกอบ 4.12 คอนทราสต์ของขอบภาพที่ใช้ในการทดสอบดังแสดงในภาพประกอบที่ 4.13 ผลการทดสอบการลงทะเบียนภาพดังแสดงในภาพประกอบ 4.14, 4.15, 4.16 และ 4.17



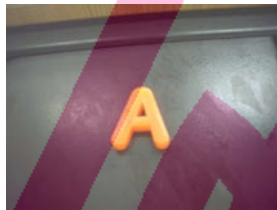
(ก) ภาพถ่ายอ้างอิง



(ข) ภาพถ่ายลิมิตาริตี



(ค) ภาพถ่ายแอฟไฟน์

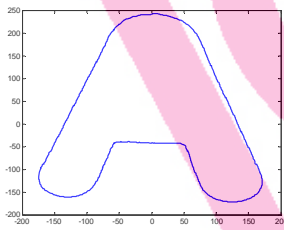


(ง) ภาพถ่ายเพอร์สเปกทีฟทำมุม 15 องศา

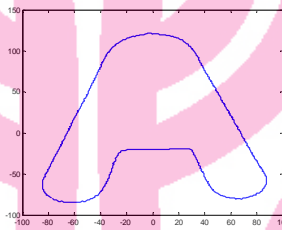


(จ) ภาพถ่ายเพอร์สเปกทีฟทำมุม 30 องศา

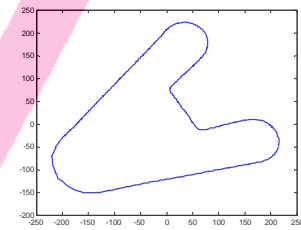
ภาพประกอบ 4.12 ภาพที่ใช้ในการทดสอบ



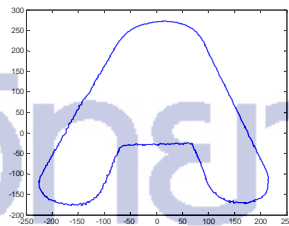
(ก) ภาพถ่ายอ้างอิง



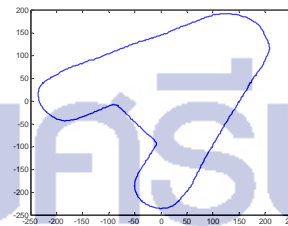
(ข) ภาพถ่ายลิมิตาริตี



(ค) ภาพถ่ายแอฟไฟน์

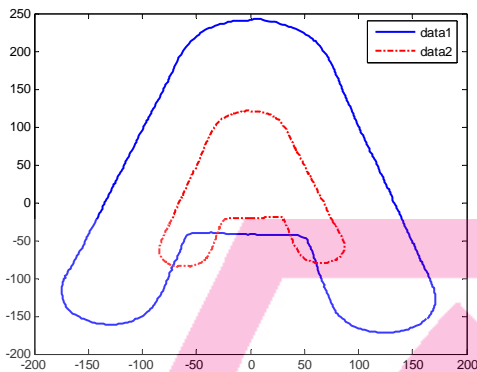


(ง) ภาพถ่ายเพอร์สเปกทีฟทำมุม 15 องศา

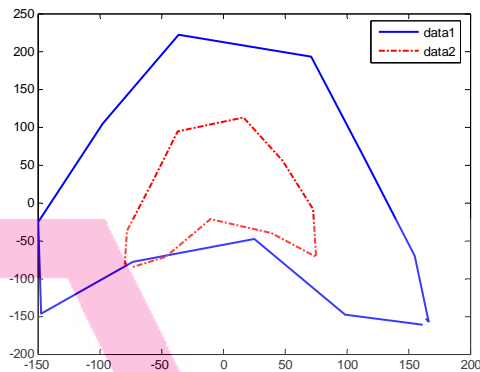


(จ) ภาพถ่ายเพอร์สเปกทีฟทำมุม 30 องศา

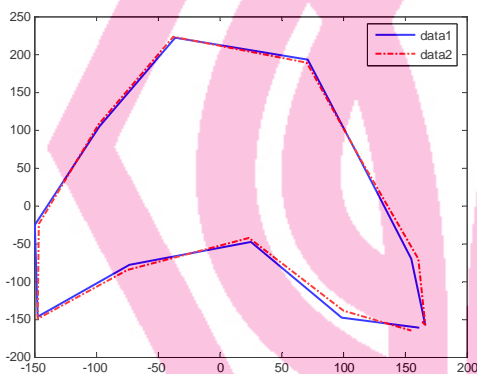
ภาพประกอบ 4.13 คอนทัวร์ของขอบภาพที่ใช้ในการทดสอบ



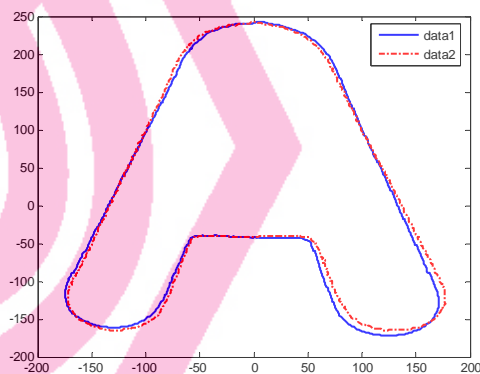
(ก) คอนทัวร์ของขอบภาพที่จะลงทะเบียน



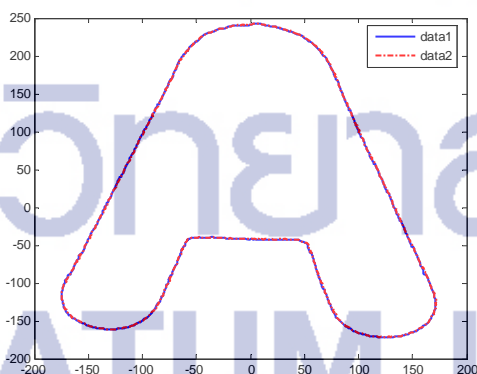
(ข) ผลการลดระดับความละเอียด



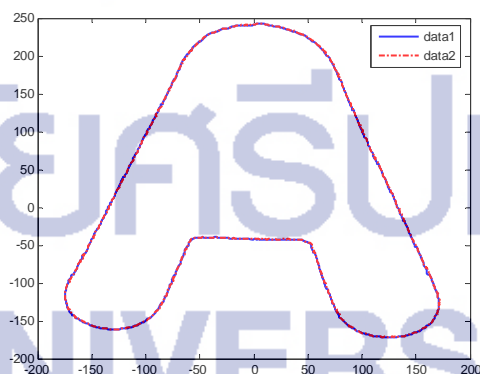
(ค) ผลการลงทะเบียนภาพที่ระดับที่ 1 โดยวิธี นอร์มอลลิแวนซ์



(ง) ผลการลงทะเบียนภาพโดยวิธีนอร์มอลลิแวนซ์ มีค่าผิดพลาด 2.7967

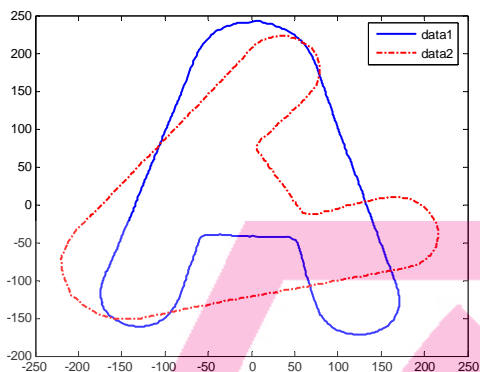


(จ) ผลการลงทะเบียนภาพที่ระดับที่ 1 โดยวิธี ทินเพลทสไปลน์

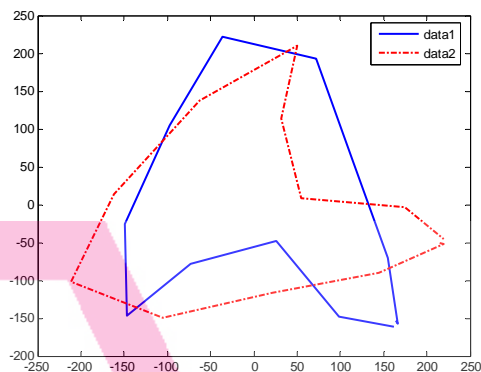


(ฉ) ผลการลงทะเบียนภาพโดยวิธีทินเพลทสไปลน์ มีค่าผิดพลาด 0.3846

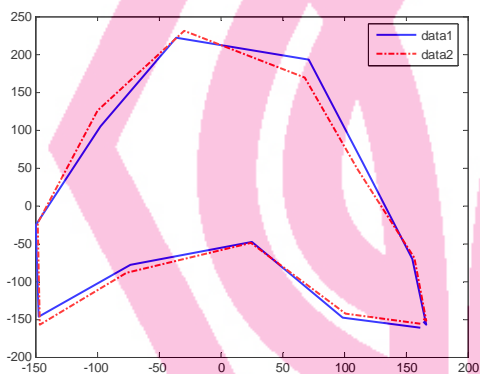
ภาพประกอบ 4.14 ผลการลงทะเบียนภาพจากภาพถ่ายสีมิลาเรตี้



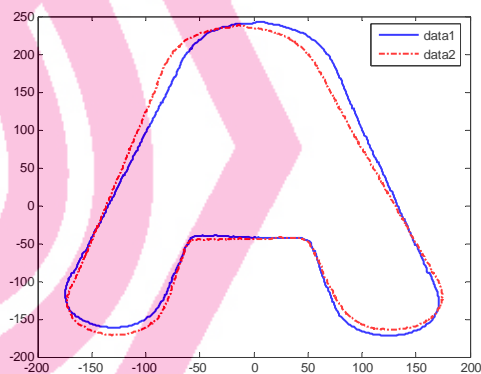
(ก) คอนทัวร์ของขอบภาพที่จะลงทะเบียน



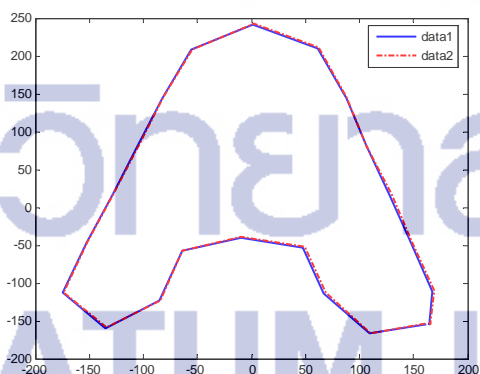
(ข) ผลการลดระดับความละเอียด



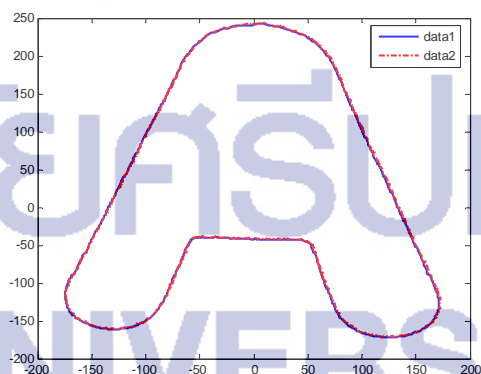
(ค) ผลการลงทะเบียนภาพที่ระดับที่ 1 โดยวิธี นอร์มอลลิแวนซ์



(ง) ผลการลงทะเบียนภาพโดยวิธีนอร์มอลลิแวนซ์ มีค่าผิดพลาด 5.4999

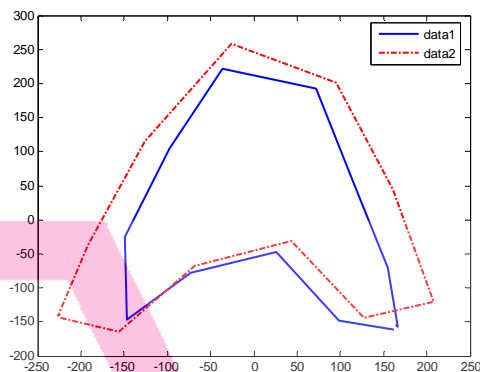
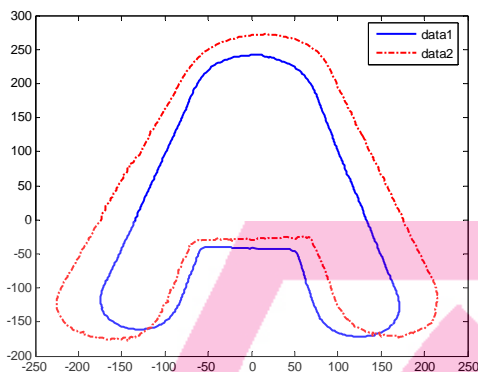


(จ) ผลการลงทะเบียนภาพที่ระดับที่ 1 โดยวิธี ทินเพลทสไปลน์



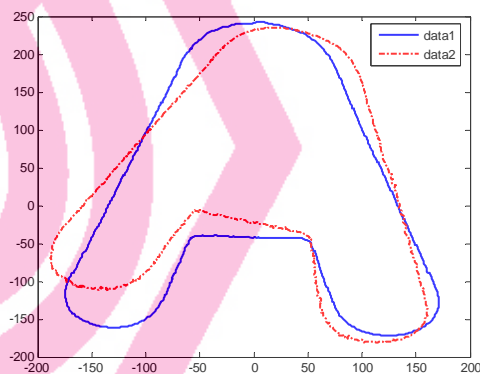
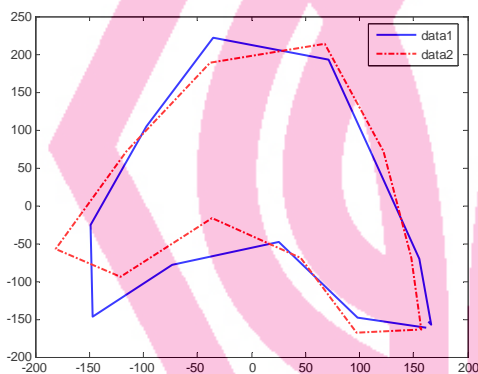
(ฉ) ผลการลงทะเบียนภาพโดยวิธีทินเพลทสไปลน์ มีค่าผิดพลาด 0.7723

ภาพประกอบ 4.15 ผลของการลงทะเบียนภาพจากภาพถ่ายแอฟโฟน



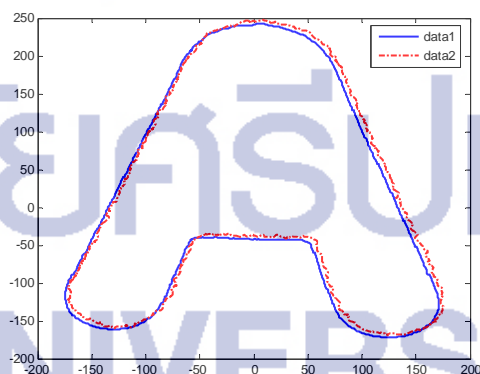
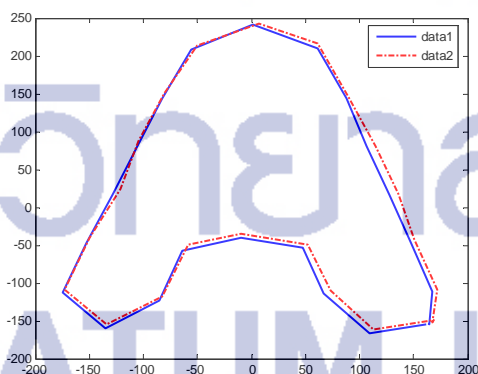
(ก) คอนทัวร์ของขอบภาพที่จะลงทะเบียน

(ข) ผลการลดระดับความละเอียด



(ค) ผลการลงทะเบียนภาพที่ระดับที่ 1 โดยวิธี นอร์มอลลิแวนซ์

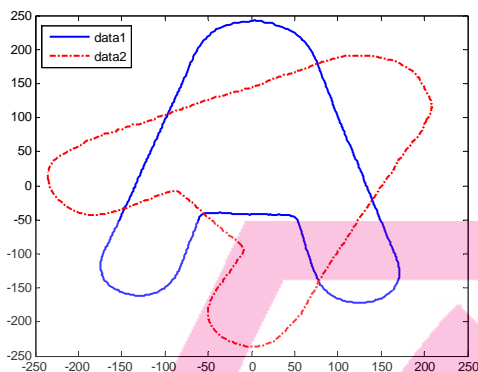
(ง) ผลการลงทะเบียนภาพโดยวิธีนอร์มอลลิแวนซ์ มีค่าผิดพลาด 14.9036



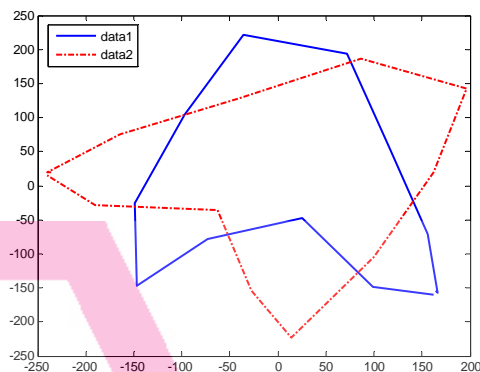
(จ) ผลการลงทะเบียนภาพที่ระดับที่ 1 โดยวิธี ทินเพลทสไปลน์

(ฉ) ผลการลงทะเบียนภาพโดยวิธีทินเพลทสไปลน์ มีค่าผิดพลาด 3.3394

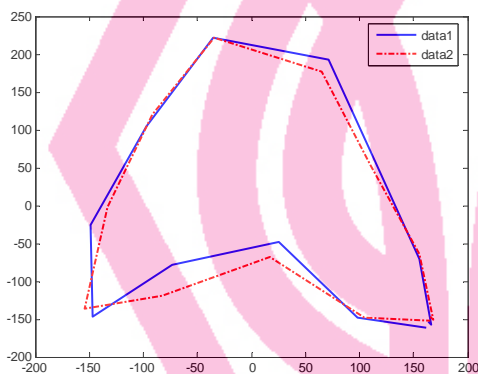
ภาพประกอบ 4.16 ผลการลงทะเบียนภาพจากภาพถ่ายเพอร์สเปกทีฟที่มุม 15 องศา



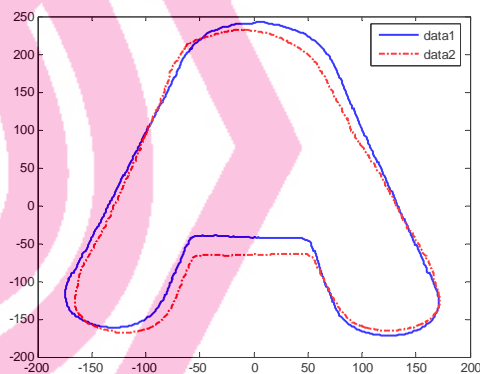
(ก) คอนทัวร์ของขอบภาพที่จะลงทะเบียน



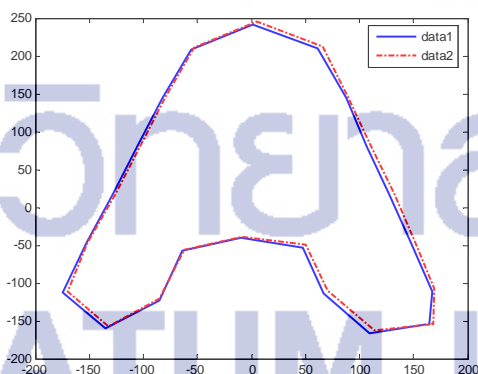
(ข) ผลการลดระดับความละเอียด



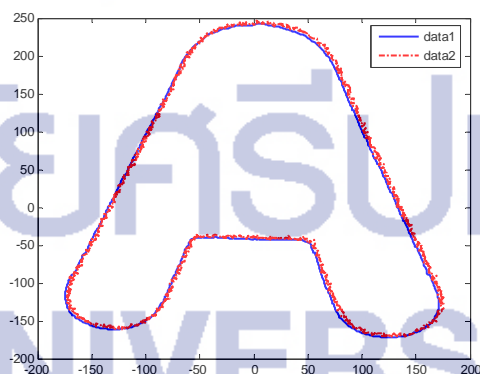
(ค) ผลการลงทะเบียนภาพที่ระดับที่ 1 โดยวิธี นอร์มอลลิแวนซ์



(ง) ผลการลงทะเบียนภาพโดยวิธีนอร์มอลลิแวนซ์ที่มีค่าผิดพลาด 7.3689



(จ) ผลการลงทะเบียนภาพที่ระดับที่ 1 โดยวิธี ทินเพลทสไปลน์



(ฉ) ผลการลงทะเบียนภาพโดยวิธีทินเพลทสไปลน์ที่มีค่าผิดพลาด 1.5350

ภาพประกอบ 4.17 ผลการลงทะเบียนภาพจากภาพถ่ายเพอร์สเปกทีฟที่มุม 30 องศา

จากผลการทดสอบดังแสดงในภาพประกอบ 4.14 ถึงภาพประกอบ 4.17 โดยที่เส้นทึบแทนคอนทราสต์ของขอบภาพอ้างอิง และเส้นปะแทนคอนทราสต์ของขอบภาพที่นำมาลงทะเบียนภาพ จะเห็นว่าผลของการลงทะเบียนภาพจากภาพถ่ายวัตถุจริง สามารถนำแลนมาร์คที่ได้จากการลดระดับความละเอียดของคอนทราสต์ของขอบภาพ โดยใช้เวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยมาใช้ในการลงทะเบียนภาพได้ โดยที่วิธีการหาพารามิเตอร์ของการแปลงแบบนอร์มอลลิเคชันนั้นมีค่าความผิดพลาดสูงกว่าการใช้วิธีทินเพลทสไปลน์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งกับภาพที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น

4.4 การทดสอบการลงทะเบียนภาพจากภาพทางการแพทย์

การทดสอบนี้ทำการลงทะเบียนภาพจากภาพทางการแพทย์ โดยเลือกใช้เวฟเล็ตแม่ Haar ทำการลงทะเบียนภาพแบบวัตถุนิตเดียวกันและถ่ายภาพด้วยวิธีเดียวกัน ที่ได้จากเครื่อง MRI ดังแสดงในภาพประกอบ 4.18 และผลการลงทะเบียนภาพดังแสดงในภาพประกอบ 4.19 และการลงทะเบียนภาพแบบวัตถุนิตเดียวกันและถ่ายภาพต่างวิธีกัน ที่ได้จากเครื่อง CT และเครื่อง PET ดังแสดงในภาพประกอบ 4.20 และผลการทดลองดังแสดงในภาพประกอบ 4.21

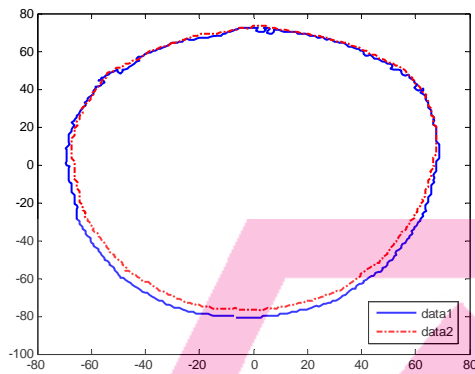


(ก) ภาพ MRI ของสมองผู้ป่วย

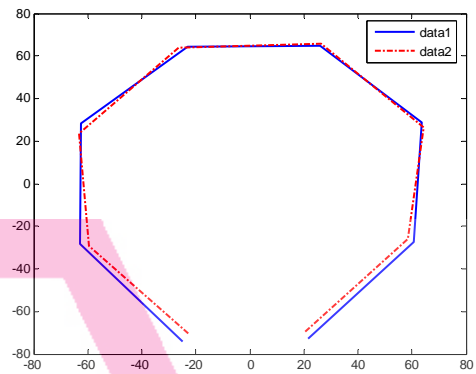


(ข) ภาพ MRI ของสมองผู้ป่วยรายเดียวกันแต่ถ่ายภาพคนละเวลา

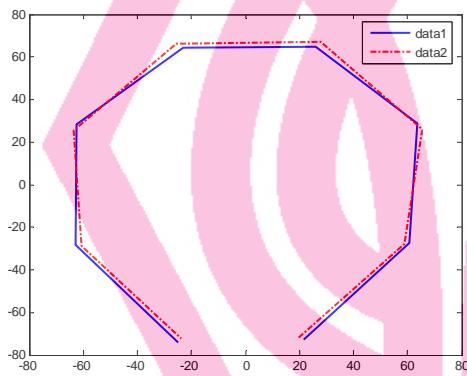
ภาพประกอบ 4.18 ภาพที่นำมาลงทะเบียนภาพแบบวัตถุนิตเดียวกันและถ่ายภาพด้วยวิธีเดียวกัน



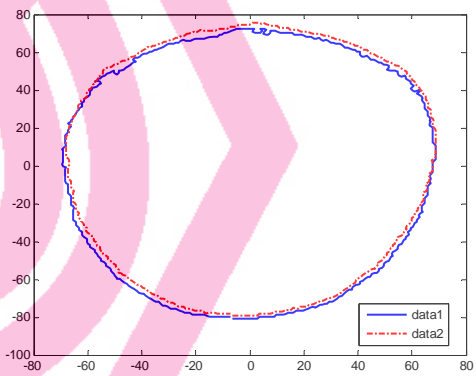
(ก) คอนทัวร์ของขอบภาพที่จะลงทะเบียน



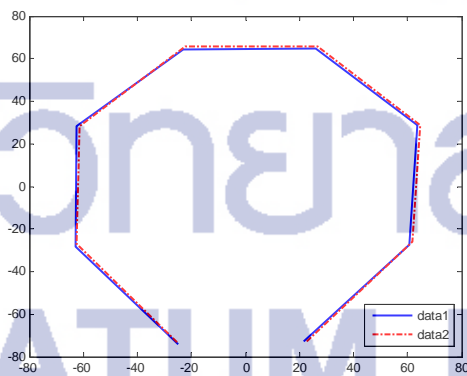
(ข) ผลการลดระดับความละเอียด



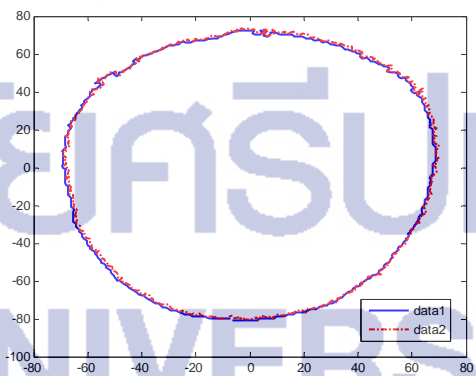
(ค) ผลการลงทะเบียนภาพที่ระดับที่ 1 โดยวิธี นอร์มอลลิแวนซ์



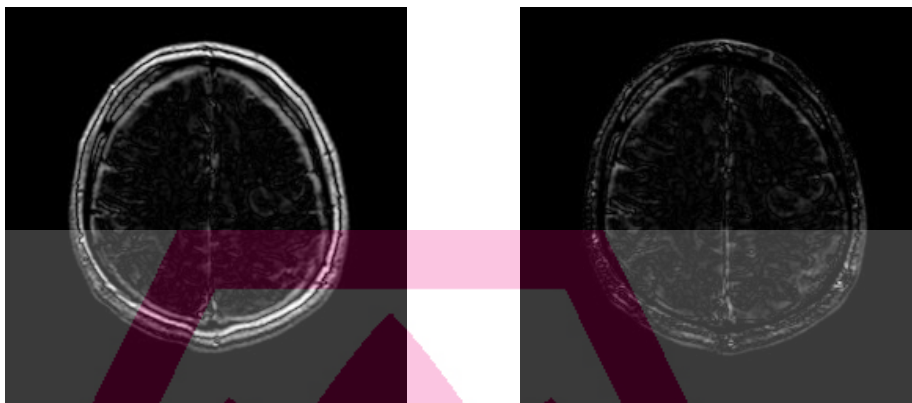
(ง) ผลการลงทะเบียนภาพโดยวิธีนอร์มอลลิแวนซ์มีค่าผิดพลาด 1.7998



(จ) ผลการลงทะเบียนภาพที่ระดับที่ 1 โดยวิธี ทินเพลทสไปลน์



(ฉ) ผลการลงทะเบียนภาพโดยวิธีทินเพลทสไปลน์มีค่าผิดพลาด 0.737



(ข) ภาพที่ได้จากการนำภาพมาลบกัน โดยตรง (ค) ภาพที่ได้จากการนำภาพที่ทำการลงทะเบียน โดยที่ยังไม่ได้ทำการลงทะเบียนภาพ

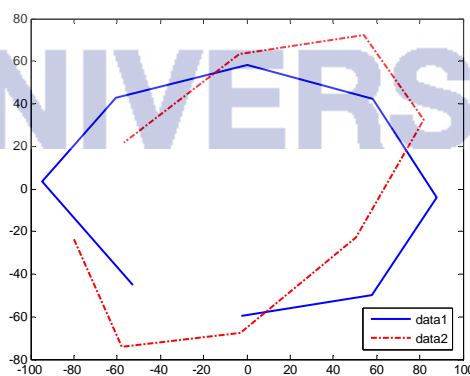
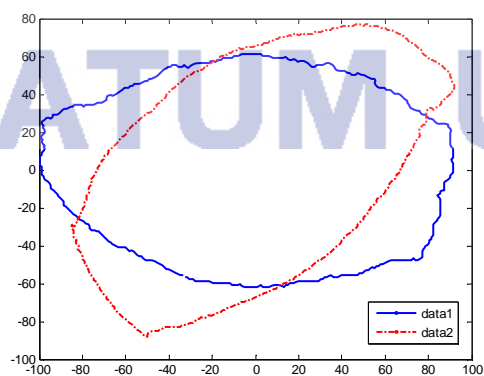
ภาพประกอบ 4.19 ผลการลงทะเบียนภาพแบบวัตถุชนิดเดียวกันและถ่ายภาพด้วยวิธีเดียวกัน



(ก) ภาพ PET ช่องท้องผู้ป่วย

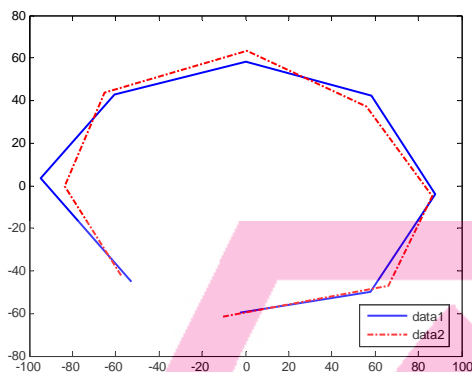
(ข) ภาพ CT ช่องท้องผู้ป่วย

ภาพประกอบ 4.20 ภาพที่นำมาลงทะเบียนภาพแบบวัตถุชนิดเดียวกันและถ่ายภาพต่างวิธีกัน

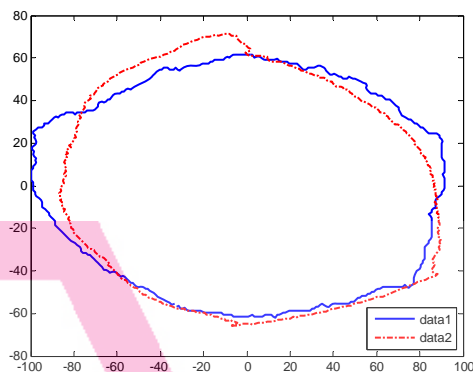


(ก) คอนทัวร์ของขอบภาพที่จะลงทะเบียน

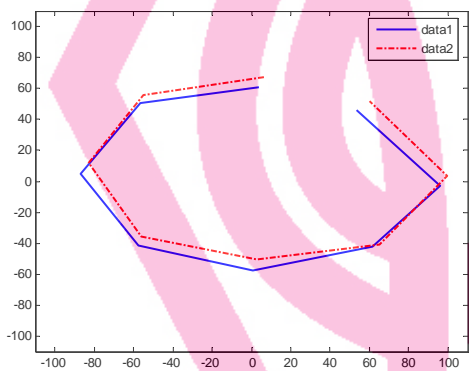
(ข) ผลการลดระดับความละเอียด



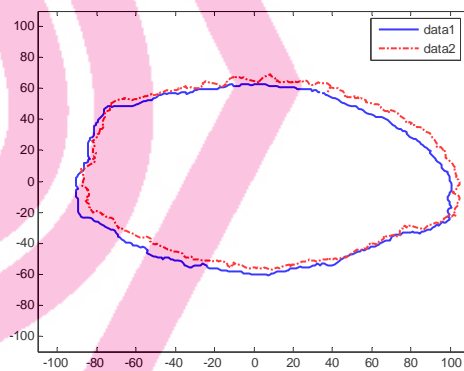
(ค) ผลการลงทะเบียนภาพที่ระดับที่ 1 โดยวิธี นอร์มอลลีแควชั่น



(ง) ผลการลงทะเบียนภาพโดยวิธีนอร์มอลลีแควชั่นมีค่าผิดพลาด 5.1016



(จ) ผลการลงทะเบียนภาพที่ระดับที่ 1 โดยวิธี ทินเพลทสไปลน์



(ฉ) ผลการลงทะเบียนภาพโดยวิธีทินเพลทสไปลน์มีค่าผิดพลาด 3.4519



(ซ) ภาพที่ทำการลงทะเบียนภาพแล้ว

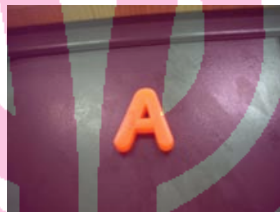


(ซ) ภาพที่ได้จากการฟิวชั่น (Fusion) ของภาพประกอบ 4.21 ผลการลงทะเบียนภาพแบบวัตถุชนิดเดียวกันและถ่ายภาพต่างวิธีกัน

จากผลการทดสอบดังแสดงในภาพประกอบ 4.19 และภาพประกอบ 4.21 โดยที่เส้นทึบแทนคอนทัวร์ของขอบภาพอ้างอิง และเส้นปะแทนคอนทัวร์ของขอบภาพที่นำมาลงทะเบียนภาพ จะเห็นว่าผลของการลงทะเบียนภาพจากภาพทางการแพทย์ สามารถนำแลนมาร์คที่ได้จากการลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพโดยใช้เวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยมาใช้ในการลงทะเบียนภาพได้ โดยที่วิธีการหาพารามิเตอร์ของการแปลงแบบนอร์มอลิเคชันนั้นมีความผิดพลาดสูงกว่าการใช้วิธีทึนเพลทสไปล์ เนื่องจากภาพทางการแพทย์มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูง

4.5 การทดสอบการประยุกต์ใช้ในการจำแนกตัวอักษร

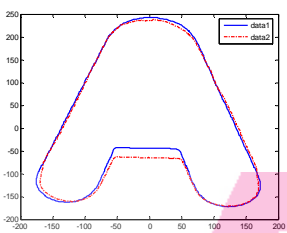
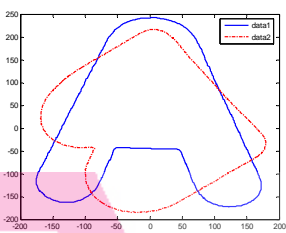
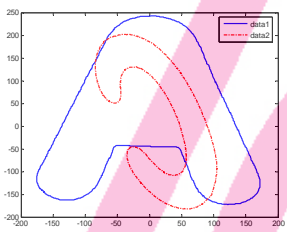
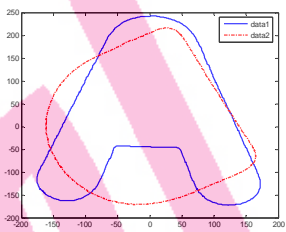
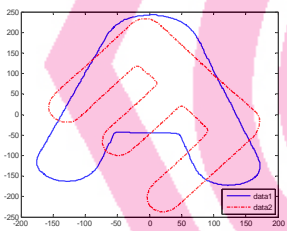
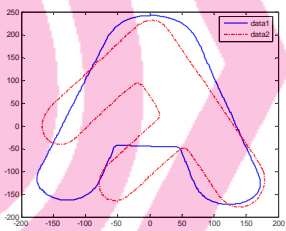
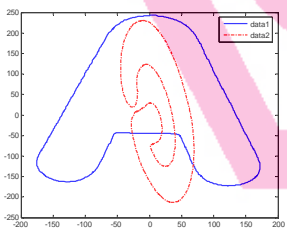
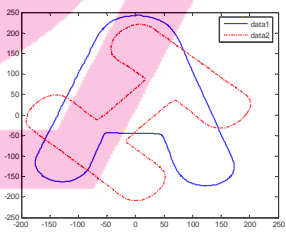
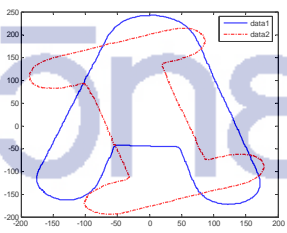
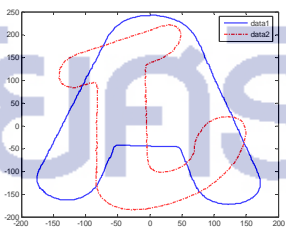
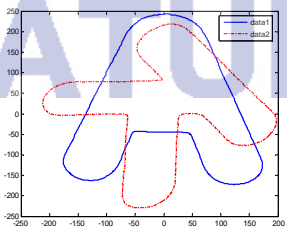
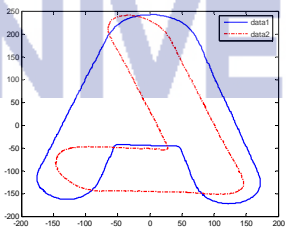
กำหนดให้ภาพอ้างอิง เป็นภาพจอทซ์ จะหาภาพตัวอักษรที่เหมือนภาพอ้างอิง มากที่สุด จากภาพตัวอักษรจำนวน 12 ภาพ



ภาพอ้างอิง



ภาพประกอบ 4.22 ภาพตัวอักษรที่ใช้ในการทดสอบ

ผลการลงทะเบียนภาพ	ค่าผิดพลาด	ผลการลงทะเบียนภาพ	ค่าผิดพลาด
	3.8982		34.1487
	51.3750		33.4314
	28.3369		19.5475
	28.3369		35.1817
	36.0810		34.3176
	35.3780		30.2300

ภาพประกอบ 4.23 ผลการทดสอบการลงทะเบียนภาพ

จากการทดสอบจะเห็นว่า วิธีการลงทะเบียนภาพที่นำเสนอในงานวิจัยฉบับนี้ สามารถประยุกต์ใช้ในการจำแนกภาพตัวอักษรได้ โดยผลของการลงทะเบียนภาพที่มีค่าความผิดพลาดน้อยที่สุด จะเป็นภาพที่เหมือนกับภาพอ้างอิงที่สุด ดังแสดงในภาพประกอบ 4.23



มหาวิทยาลัยศรีปทุม
SRIPATUM UNIVERSITY

บทที่ 5

สรุปผลและข้อเสนอแนะ

งานวิจัยฉบับนี้ได้นำเสนอวิธีการลงทะเบียนภาพระหว่างภาพสองมิติกับภาพสองมิติแบบอัตโนมัติ โดยใช้แลนมาร์คในการลงทะเบียนภาพ เนื่องจากมีข้อดีคือสามารถประมวลผลได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งจากเดิมแลนมาร์คที่ได้จากวิธีการกำหนดจุดจากมนุษย์นั้นอาจไม่ถูกต้องนัก ดังนั้นงานวิจัยฉบับนี้จึงได้เลือกใช้คุณสมบัติของการแปลงเวฟเล็ดแบบเต็มหน่วยเพื่อลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพลง และใช้เป็นจุดแลนมาร์ค ซึ่งมีข้อดีคือจุดแลนมาร์คที่หามาได้นั้น เป็นตัวแทนของคอนทัวร์ของขอบภาพนั้น และสามารถเลือกจำนวนจุดแลนมาร์คได้จากระดับความละเอียดของการแปลงเวฟเล็ดแบบเต็มหน่วย

จากผลการทดสอบในบทที่ 4 จะเห็นว่าการลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพด้วยการแปลงเวฟเล็ดแบบเต็มหน่วยนั้น สามารถที่จะนำจุดของคอนทัวร์ของขอบภาพที่ระดับความละเอียดต่ำลงมา ใช้เป็นจุดแลนมาร์คในการลงทะเบียนภาพได้ และจากคุณสมบัติของเวฟเล็ดแม่ที่ต่างกัน ส่งผลให้ผลคอนทัวร์ของขอบภาพที่ระดับความละเอียดที่ต่ำลงนั้นมีรูปร่างที่ต่างกัน แต่ยังสามารถนำคอนทัวร์ของขอบภาพที่ถูกลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพลงมาใช้เป็นแลนมาร์คในการลงทะเบียนภาพได้ และให้ผลการลงทะเบียนภาพออกมาเหมือนกัน ในการหาสมการของการแปลงภาพจากจุดแลนมาร์คนั้น วิธีทินเพลทสไปลน์ให้ผลในการลงทะเบียนภาพมีค่าความผิดพลาดน้อยกว่าวิธีนอร์มอลลิเควชัน เนื่องจากสมการของการแปลงภาพด้วยวิธีทินเพลทสไปลน์นั้นมีการนำค่าของน้ำหนัก(wight) มาใช้ในการคำนวณซึ่งต่างจากวิธีนอร์มอลลิเควชันซึ่งใช้เพียงแค่ออฟไลน์เพียงอย่างเดียว ทำให้ผลการแปลงภาพจากวิธีทินเพลทสไปลน์ให้ผลดีต่อภาพที่เป็นเชิงเส้น และภาพที่ไม่เป็นเชิงเส้น และจากวิธีการลงทะเบียนภาพที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ ยังสามารถนำมาประยุกต์ในการจำแนกภาพได้ โดยภาพที่มีความเหมือนกันที่สุดจะมีค่าความผิดพลาดต่ำที่สุด

อย่างไรก็ตามการลงทะเบียนภาพที่ได้นำเสนอในงานวิจัยฉบับนี้ยังมีข้อจำกัดอยู่คือ ความถูกต้องในการลงทะเบียนภาพด้วยโปรแกรมที่นำเสนอ จะขึ้นอยู่กับคอนทัวร์ของขอบภาพที่จะนำมาลงทะเบียนภาพ กับคอนทัวร์ของขอบภาพอ้างอิง



บรรณานุกรม

มหาวิทยาลัยศรีปทุม
SRIPATUM UNIVERSITY

บรรณานุกรม

- ปาริชาติ พฤทธิจักรุพงค์. “การประยุกต์ใช้ค่าไม่ผันแปรทางเรขาคณิตของขอบภาพในการลงทะเบียนภาพ.” วิทยานิพนธ์ วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต. กรุงเทพฯ : สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2547.
- Blum H., Nagel R. “Shape Description using Weighted Symmetric Axis Features” **Pattern Recognition**. 10 : 167-180, 1978.
- Flusser J., Suk T. “Affine Moment Invariants: A New Tool for Character Recognition” **Pattern Recognition Letters**. 15 : 433-436 ; April, 1994.
- Ibrahim El Rube, Maher Ahmed, Mohamed Kamel, “Affine Invariant Multiscale Wavelet-based Shape Matching Algorithm” **Proceeding of the First Canadian Conference on Computer and Robot Vision (CRV'04)**. 217-224 ; May, 2004.
- Jean-Michel R., Jean-Jose J., Christian R., “Genetic Algorithms for a Robust 3-D MR-CT Registration” **IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine**. 4 (3) : 126-136 ; June, 2000.
- Karin K., Marija I., Josef M., David A.W. “Medical image registration” **Europhysics New**. 31 (4), 2000.
- Minghui X., Bede L. “Image Registration by “Super-Curves” **IEEE Transactions on Image Processing**. 13 (5) : 720-732 ; May, 2004.
- Ming-Kei Hu. “Visual Pattern Recognition by Moment Invariants” **IRE Transactions Information Theory**. IT-8 : 179-187 ; February, 1962.
- Peleg S., Resenfeld A. “A min-max Medial Axis Transformation” **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**. 3 (2) : March, 1981.
- Petra A. van den Elsen, Evert-Jan D. Pol, Max A. Viergever, “Medical Image Matching A Review with Classification” **IEEE Engineering in Medicine and Biology**. 26-39 ; March, 1993.
- Rao K.K., Krishnan R. “Shape feature extraction from object corners” **Proceedings of the IEEE Southwest Symposium on Image Analysis and Interpretation**. 160-165 ; April, 1994.

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ	นายเพชร นันทิวัดนา
วัน เดือน ปีเกิด	19 กรกฎาคม 2520
สถานที่เกิด	กรุงเทพมหานคร
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	2/12 สุขุมวิท93 แขวงบางจาก เขตพระโขนง จังหวัดกรุงเทพฯ 10260
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	อาจารย์ประจำ
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีปทุม
ประวัติการศึกษา	พ.ศ. 2543 วศ.บ. จากมหาวิทยาลัยศรีปทุม พ.ศ. 2549 วศ.ม. จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

มหาวิทยาลัยศรีปทุม
SRIPATUM UNIVERSITY