สูตรอย่างง่ายสำหรับคำนวณการสูญเสียแรงในเส้นลวดของแผ่นพื้นไร้คาน

SIMPLIFIED FORMULAS FOR PRESTRESS LOSS CALCULATION IN FLAT SLABS

บุญชัย สนธิรณชัย (Boonchai Sontironnachai) [1]

ดร. ฉัตร สุจินดา (Dr. Chatr Suchinda) [2]

[1]*นักศึกษาปริญญาโท มหาวิทยาลัยศรีปทุม boonchaipapa@gmail.com*

[2]*ผู้ช่วยศาสตราจารย์ มหาวิทยาลัยศรีปทุม chatr.su@spu.ac.th*

บทคัดย่อ : การคำนวณหาการสูญเสียแรงในเส้นลวด มีความซับซ้อนและเสียเวลามาก เนื่องจากต้องจัดเตรียมข้อมูลที่เกี่ยวข้องเป็นจำนวนมาก ผู้คำนวณต้องทราบถึงความสูงของลวดที่ตำแหน่งต่าง ๆ ในแผ่นพื้น ซึ่งจะมีผลต่อแรงเสียดทานในขณะดึงเส้นลวด นอกจากนี้ ยังมีปัจจัยอื่น ๆ ที่จะมีผลต่อการสูญเสียแรง เช่น (1) ความยาวของลวด (2) จำนวนช่วง (3) ความหนาของแผ่นพื้น (4) ความชื้นสัมพันธ์เฉลี่ย (5) อุณหภูมิเฉลี่ย (6) คุณสมบัติทางกลของวัสดุลวดอัดแรงและคอนกรีต (7) การดึงลวดปลายเดียวหรือทั้งสองปลาย ฯลฯ งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาเพื่อหาสูตรอย่างง่ายสำหรับคำนวณการสูญเสียแรงในเส้นลวดของแผ่นพื้นไร้คาน โดยได้ทดลองคำนวณการสูญเสียแรงในเส้นลวด ตามวิธีของ ACI318-08 และหาสมการถดถอยเพื่อใช้เป็นสูตรอย่างง่าย จากการศึกษาครั้งนี้ พบว่าสมการถดถอยที่ได้มีค่า r^2 อยู่ในช่วง 0.94 ถึง 0.99

ABSTRACT : Prestress loss calculation is complex and very time consuming since there are abundance of related data to prepare. All the strand heights of every location in the slab must be known for the friction loss calculation. The other factors that could affect the loss include (1) tendon length (2) number of spans (3) slab thickness (4) average relative humidity (5) average temperature (6) mechanical properties of strands and concrete (6) tensioning either one end or both ends, etc. In this study, the simplified formulas for prestress losses in flat slabs were determined using regression of trial loss calculations based on the method recommended by ACI318-08. From this study, these regression equations have r^2 between 0.94 to 0.99.

KEYWORDS : Prestress Losses, Post-Tensioned Concrete Flat Slabs, Simplified Formulas

1. คำนำ

ในปัจจุบันแผ่นพื้นไร้คานคอนกรีตอัดแรงเป็นที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายในอาคารขนาดกลางถึงขนาดใหญ่ เนื่องจากมีราคาต่อพื้นที่ต่ำ และมีความหนารวมของระบบแผ่นพื้นน้อยกว่าระบบพื้นที่รองรับด้วยคาน อย่างไรก็ตามการคำนวณและออกแบบแผ่นพื้นประเภทนี้ มีความซับซ้อนกว่าระบบพื้นที่รองรับด้วยคานอยู่มาก เนื่องจากในขั้นตอนของการออกแบบคอนกรีตอัดแรงนั้น จะต้องมีการตรวจสอบหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตซึ่งเกิดจากน้ำหนักบรรทุกใช้งาน ไม่ให้เกินกว่าค่าที่ยอมให้ตามที่มาตรฐานกำหนด การอัดแรงในคอนกรีตจะต้องมีการดึงเส้นลวด และในระหว่างการดึงเส้นลวดนี้จะเกิดการสูญเสียแรงเกิดขึ้น เรียกว่าสูญเสียแรงในเส้นลวดอัดแรง (Prestress losses) ซึ่งอาจแบ่งออกได้เป็นการสูญเสียแรงที่เกิดขึ้นในทันทีหลังจากที่ดึงลวด (Initial losses) และที่เกิดขึ้นอย่างต่อเนื่องตามกาลเวลา (Long term losses) การประมาณการสูญเสียนี้ จะต้องพิจารณาถึงตัวแปรตามสูตรต่าง ๆ ได้แก่ ความยาว ความโค้ง รูปร่างและคุณสมบัติของพื้นคอนกรีต ปริมาณแรงอัดในคอนกรีต อุณหภูมิใช้งานเฉลี่ย ความชื้นสัมพัทธ์ ฯลฯ ดังนั้นถ้าต้องการคำนวณการสูญเสียแรงนี้อย่างละเอียดจะต้องเสียเวลามากและจะต้องเตรียมข้อมูลจำนวนมาก หากมีวิธีใดที่สามารถประมาณการสูญเสียแรงในเส้นลวดดังกล่าวได้ โดยไม่ต้องใช้ข้อมูลจำนวนมากแต่ให้ผลคำตอบที่ใกล้เคียงในระดับที่ยอมรับได้ ก็จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่ง

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาเพื่อหาสมการประมาณค่าแนวโน้ม (Regression) สำหรับใช้เป็นสูตรอย่างง่ายในการคำนวณการสูญเสียแรงในลวดอัดแรงของแผ่นพื้นไร้คานคอนกรีต โดยใช้วิธีการคำนวณตามมาตรฐาน ACI 318-08 [1,2,3,4] ในแผ่นพื้นไร้คานคอนกรีตอัดแรงตัวอย่าง โดยกำหนดพารามิเตอร์หรือตัวแปรต้นที่สำคัญดังแสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงค่าความหนา ความยาว Span และจำนวน Span ที่ศึกษา ซึ่งจะใช้เป็นค่าที่กำหนดของตัวแปรต้น ช่วงการแปรเปลี่ยนดังกล่าวเป็นค่าอ้างอิงมาจากค่าจริงในหลายอาคารที่ได้ทำการก่อสร้างมาแล้ว ซึ่งมีการดึงลวดในสองทิศทางในลักษณะที่แตกต่างกันคือ Band และ Uniform Direction ดังจะแสดงในภาพที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

ตารางที่ 1 การแปรเปลี่ยนของตัวแปรต้นที่ใช้ในการคำนวณ

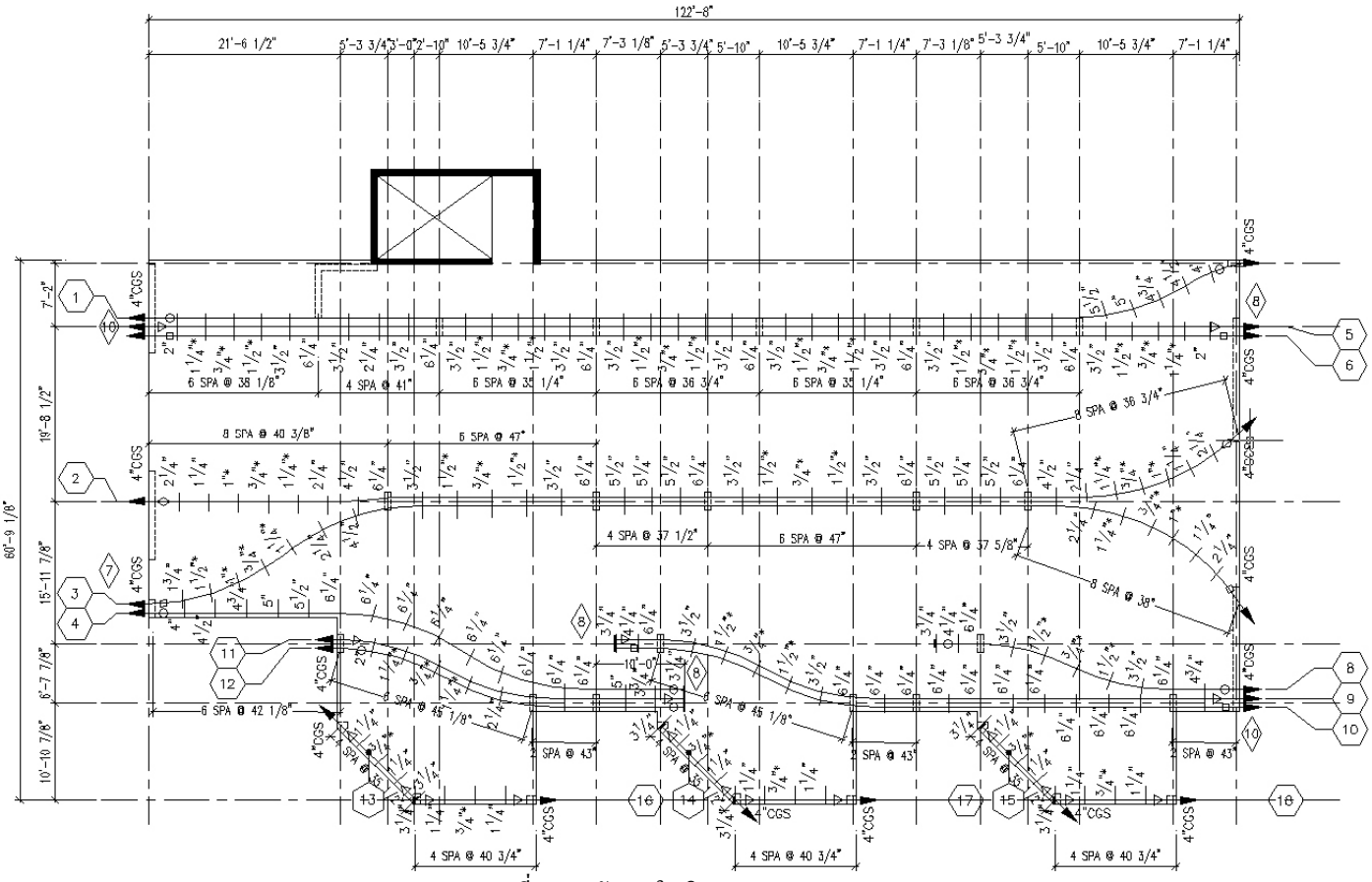
จำนวน Span	ความยาว Span (ft)	ความหนาแผ่นพื้น (in)
2-9	22	8
2-9	25	10
2-9	30	12

สำหรับงานวิจัยนี้ใช้โปรแกรม Adapt FELT [5] ในการคำนวณการสูญเสียแรงดึงในเส้นลวด ซึ่ง ได้นำค่าตัวแปรต้นในตารางที่ 1 มาใช้ในการคำนวณสำหรับแต่ละกรณีศึกษา โปรแกรมจะให้ค่าการสูญเสียแรงในส่วนต่าง ๆ ออกมา สำหรับการศึกษานี้ ได้เลือกผลของการคำนวณที่สำคัญคือ (1) Total elongation ใช้เพื่อตรวจสอบขณะการดึงลวด (2) Final average force in tendon ใช้ในการคำนวณสำหรับ Effective prestress force ในการออกแบบ (3) Average initial stress after release ใช้ในการคำนวณสำหรับ Initial prestress force ในการออกแบบ และ (4) Long term stress loss ซึ่งในการคำนวณโปรแกรมได้พิจารณาถึงผลของ Wobble และ Angular friction, Elastic shortening, Creep, Shrinkage, Strand relaxation และ Anchorage set

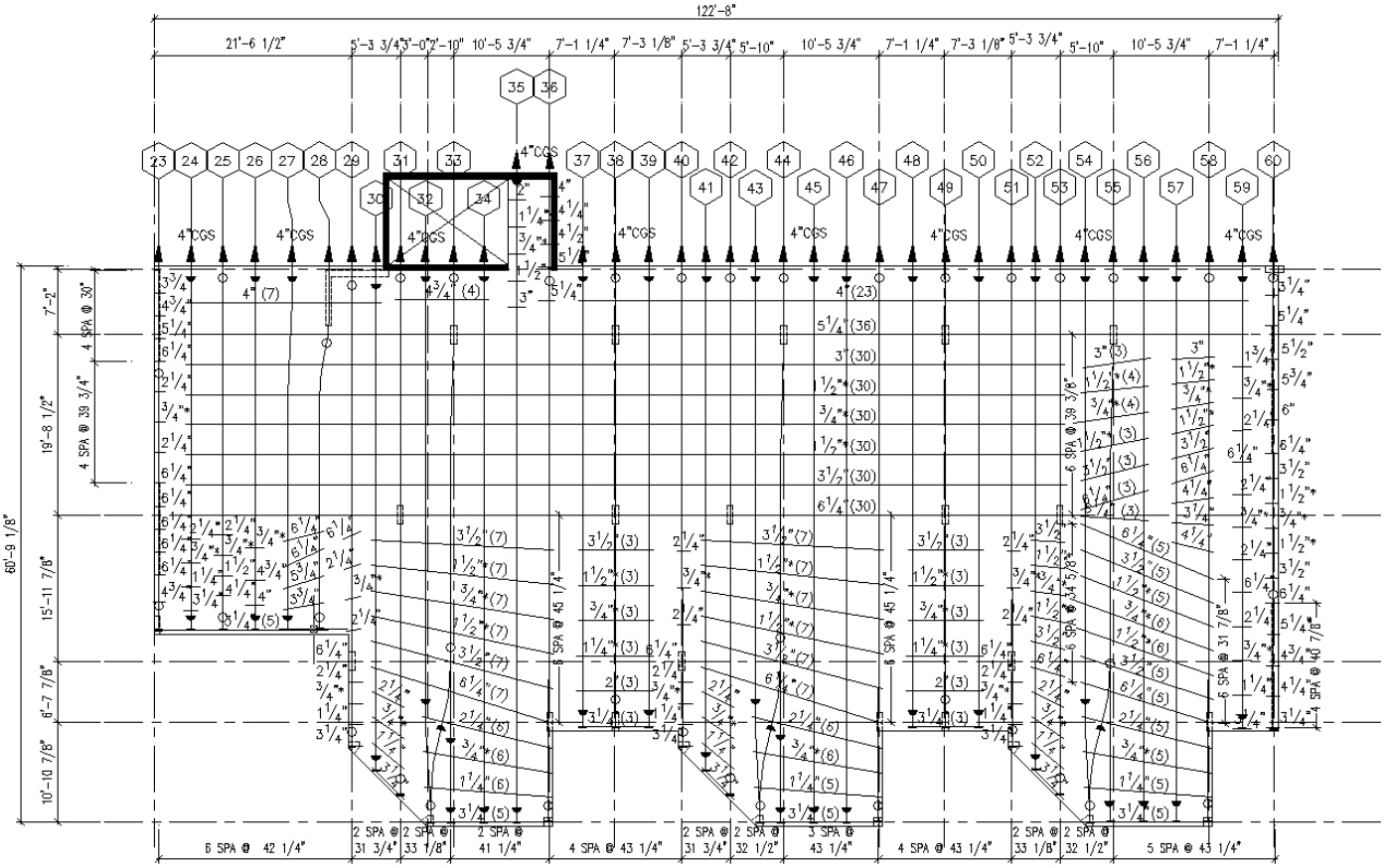
2. ขั้นตอนการคำนวณ

ในการสร้างสูตรคำนวณอย่างง่ายนี้ เป็นการหาสมการทำนาย (Regression) จากตัวแปรต้น ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดค่าตัวแปรต้นของแผ่นพื้นไร้คานคอนกรีตอัดแรงจากอาคารที่ก่อสร้างแล้วจริง ดังแสดงในตารางที่ 1
2. กำหนดค่าตัวแปรต้นของแผ่นพื้นไร้คานคอนกรีตอัดแรงจากอาคารที่ก่อสร้างแล้วจริง ดังแสดงในตารางที่ คุณสมบัติของระบบลวดอัดแรงและคอนกรีตตามตารางที่ 2 และ 3



ภาพที่ 1 ลวดอัดแรงในทิศทาง Band Direction



ภาพที่ 2 ลวดอัดแรงในทิศทาง Uniform Direction

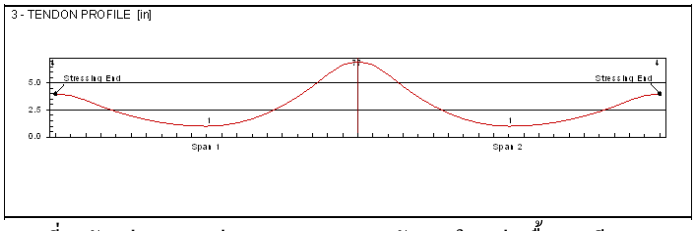
ตารางที่ 2 คุณสมบัติของลวดอัดแรง

Prestressing system	Bonded
Type of strand	Low relaxation
Tendon's modulus of elasticity	28000 ksi
Ultimate strength of tendon (fpu)	270 ksi
Cross-sectional area of tendon	0.153"
No. of strands per tendon	7
Stressing end(s)	One end or both ends
Angular coefficient of friction (Mu) per rad	0.25
Anchor set	0.25"
Wobble coefficient of friction (k)	0.002 rad/ft
Ratio of jacking stress to ultimate strength	0.8

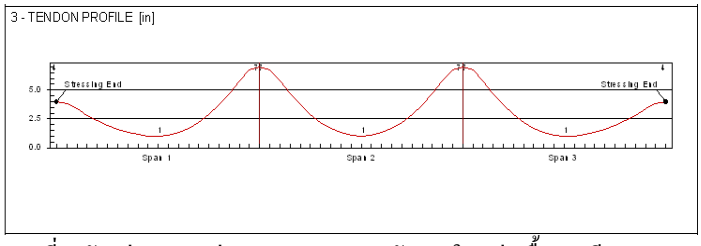
ตารางที่ 3 คุณสมบัติของคอนกรีต

Concrete's ultimate strength f_c' at 28 days	4000 psi
Concrete's modulus of elasticity at 28 days	3604 ksi
Age of concrete at stressing	3 days
Concrete's modulus of elasticity at stressing	1522.97 ksi
Stress in strand at release (fpi)	189 ksi

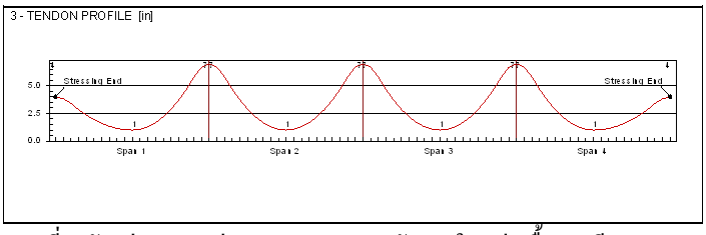
3. สมมุติให้ตำแหน่งของเส้นลวดที่ปลายทั้งสองข้างอยู่ที่จุดกึ่งกลางของความสูง และให้รูปร่างของเส้นลวดเป็น Parabola โดยมีจุดสูงสุดตรงกับแนวของเสา และจุดต่ำสุดตรงกับจุดกึ่งกลาง Span โดยกำหนดให้ระยะหุ้มคอนกรีต (ระยะจากผิวนอกสุดของท่อหุ้มเส้นลวดถึงผิวของคอนกรีต) เป็นไปตามมาตรฐาน ACI318-08 [1] (กรณีในร่ม) ซึ่งจะได้ตำแหน่งของเส้นลวดตลอดความยาวดังแสดงในภาพที่ 3 ถึง 10 สำหรับกรณีจำนวน Span = 2 ถึง 9 ตามลำดับ



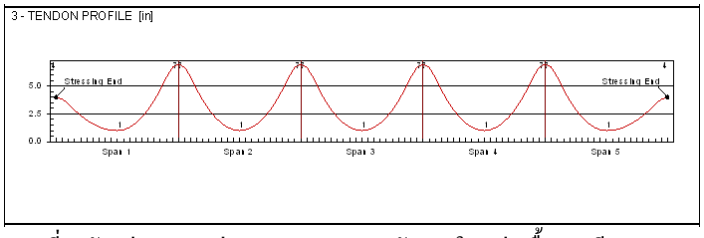
ภาพที่ 3 ตัวอย่างตำแหน่งความสูงของลวดอัดแรงในแผ่นพื้น กรณีจำนวน Span = 2



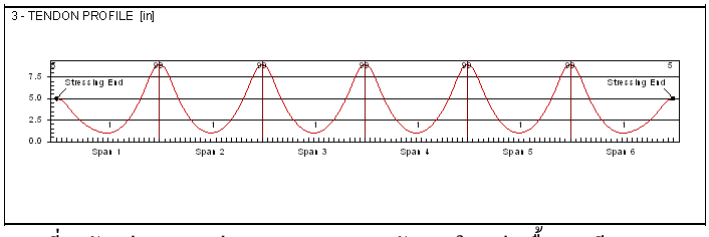
ภาพที่ 4 ตัวอย่างตำแหน่งความสูงของลวดอัดแรงในแผ่นพื้น กรณีจำนวน Span = 3



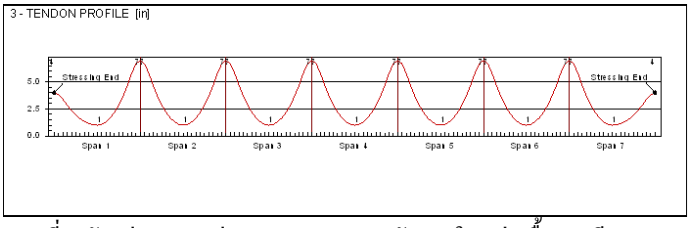
ภาพที่ 5 ตัวอย่างตำแหน่งความสูงของลวดอัดแรงในแผ่นพื้น กรณีจำนวน Span = 4



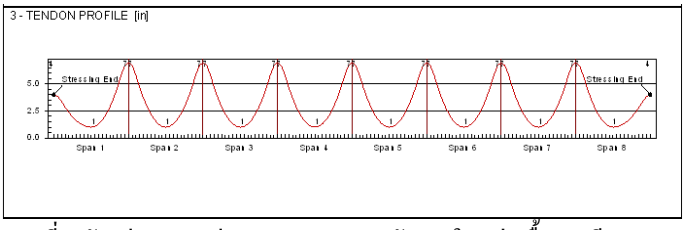
ภาพที่ 6 ตัวอย่างตำแหน่งความสูงของลวดอัดแรงในแผ่นพื้น กรณีจำนวน Span = 5



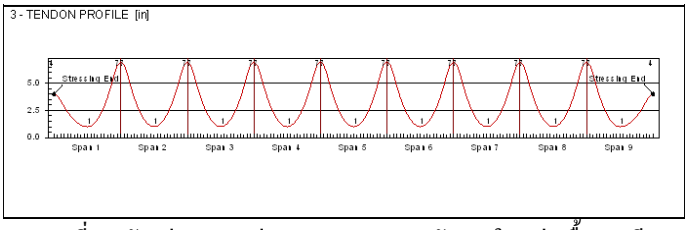
ภาพที่ 7 ตัวอย่างตำแหน่งความสูงของลวดอัดแรงในแผ่นพื้น กรณีจำนวน Span = 6



ภาพที่ 8 ตัวอย่างตำแหน่งความสูงของลวดอัดแรงในแผ่นพื้น กรณีจำนวน Span = 7



ภาพที่ 9 ตัวอย่างตำแหน่งความสูงของลวดอัดแรงในแผ่นพื้น กรณีจำนวน Span = 8



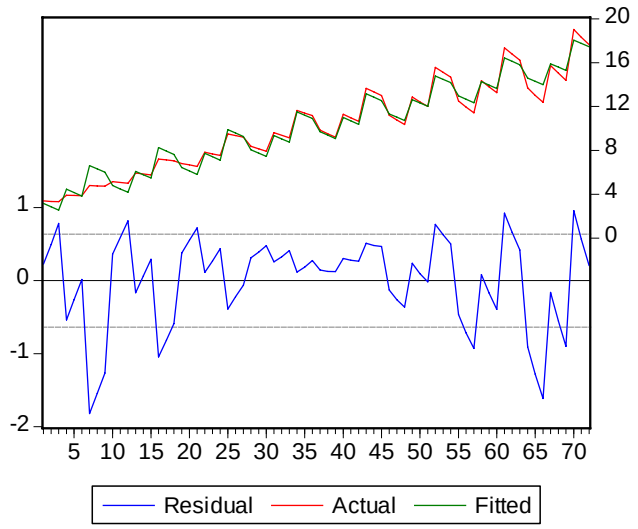
ภาพที่ 10 ตัวอย่างตำแหน่งความสูงของลวดอัดแรงในแผ่นพื้น กรณีจำนวน Span = 9

4. จากผลการคำนวณนำมาวิเคราะห์เพื่อหาสัมประสิทธิ์ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต้นต่าง ๆ และตัวแปรตามทั้งหมด 72 กรณี ซึ่งได้แสดงตัวอย่างของ 27 กรณีแรก (เนื่องจากมีพื้นที่จำกัด) ดังแสดงในตารางที่ 4

5. นำตัวแปรต้นและตัวแปรตามในตารางที่ 1 และ 4 มาหาสมการถดถอย (Regression) โดยการนำโปรแกรม Eviews [6] มาใช้ในการหาสมการ เพื่อหาสูตรอย่างง่าย ดังแสดงในตารางที่ 5

3. อภิปรายผล

นำผลที่ได้จากการคำนวณด้วยโปรแกรม Adapt FELT [5] มาหาสมการอย่างง่าย สำหรับการสูญเสียแรงดึงในเส้นลวดอัดแรง โดยใช้ โปรแกรม Eviews [6] จะได้สมการดังแสดงไว้ในตารางที่ 5 ภาพที่ 11 แสดงกราฟเปรียบเทียบระหว่าง Total elongation ที่คำนวณได้จากวิธีของ ACI318-08 [1] (Actual) ที่ทำนายจากสมการอย่างง่าย (Fitted) และความคลาดเคลื่อน (Residual)



ภาพที่ 11 กราฟเปรียบเทียบระหว่าง Total elongation ที่คำนวณได้จากวิธีของ ACI318-08[1] (Actual) ที่ทำนายจากสมการอย่างง่าย (Fitted) และความคลาดเคลื่อน (Residual)

จากภาพที่ 11 จะเห็นว่าความคลาดเคลื่อน (Residual) ของสมการนี้อยู่ในช่วงระหว่าง -1.98 ถึง 0.64 และสมการถดถอดทั้งหมด มีค่า r^2 อยู่ระหว่าง 0.94 ถึง 0.99 ซึ่งแสดงว่าค่าที่ทำนายได้จากสมการอย่างง่าย (Fitted) มีความสัมพันธ์กับค่าที่คำนวณได้จากวิธีของ ACI318-08 [1] (Actual) ในระดับที่สูงมาก

4. สรุป

จากการคำนวณผลของการสูญเสียแรงที่ศึกษา 4 ค่าคือ (1) Total elongation (2) Final average force in tendon (3) Average initial stress after release และ (4) Long term stress loss โดยใช้โปรแกรม Adapt FELT ซึ่งค่าดังกล่าวเป็นค่าสำคัญที่จะต้องนำไปใช้ในระหว่างการคำนวณออกแบบแผ่นพื้นคอนกรีตอัดแรง ซึ่งในการศึกษานี้ได้กำหนดให้มีการแปรเปลี่ยนของตัวแปรต้นคือ (1) จำนวน Span ตั้งแต่ 2 ถึง 9 (2) ความหนาของแผ่นพื้น 8 10 และ 12 นิ้ว (3) ความยาว Span 22 25 และ 30 ฟุต เมื่อนำผลการคำนวณนี้มาหาสมการอย่างง่าย จะได้เป็นสมการเพื่อใช้ในการประมาณค่าการสูญเสียแรงในตารางที่ 5

ตารางที่ 4 ตัวอย่างค่าของตัวแปรต้นและตัวแปรตาม สำหรับกรณีศึกษาต่าง ๆ (แสดงเฉพาะ 27 กรณีแรก จากกรณีศึกษาทั้งหมด 72 กรณี)

กรณีที่	ตัวแปรต้น			ตัวแปรตาม			
	จำนวน Span	ความยาว Span (ft)	ความหนาของแผ่นพื้น (in)	Total elongation (in)	Final average force in tendon (kip)	Average initial stress after release (ksi)	Long term stress loss (ksi)
1	2	22	8	3.39	25.75	179.98	11.70
2			10	3.35	25.39	177.60	11.65
3			12	3.33	25.26	176.70	11.63
4		25	8	3.92	26.21	183.09	11.76
5			10	3.89	25.99	181.62	11.73
6			12	3.86	25.79	180.26	11.7
7		30	8	4.80	26.74	186.61	11.84
8			10	4.77	26.57	185.46	11.81
9			12	4.74	26.4	184.31	11.79
10	3	22	8	5.16	26.09	182.30	11.75
11			10	5.08	25.67	179.45	11.69
12			12	5.0	25.25	176.64	11.63
13		25	8	5.93	26.44	184.60	11.79
14			10	5.85	26.06	182.05	11.74
15			12	5.77	25.69	179.60	11.69
16		30	8	7.21	26.8	187.01	11.84
17			10	7.13	26.48	184.90	11.8
18			12	7.05	26.17	182.83	11.76
19	4	22	8	6.81	25.91	181.09	11.72
20			10	6.68	25.33	177.23	11.64
21			12	6.54	24.77	173.47	11.56
22		25	8	7.84	26.2	182.98	11.76
23			10	7.69	25.68	179.54	11.69
24			12	7.55	25.19	176.23	11.62
25		30	8	9.50	26.47	184.79	11.8
26			10	9.36	26.04	181.93	11.74
27			12	9.21	25.62	179.14	11.68

ตารางที่ 5 สูตรอย่างง่ายสำหรับคำนวณการสูญเสียแรงในเส้นลวดอัดแรง

ตัวแปรตาม	สูตรอย่างง่าย	r^2	ความคลาดเคลื่อน (Residual)
Total elongation (in)	(-0.154 x Thick) + (0.432 x Length) + (1.635 x Nspan) –(8.377)	0.98	-1.98 ถึง 0.64
Final average force in tendon (kip)	(-0.331 x Thick) + (0.093 x Length) – (0.593 x Nspan) + (28.667)	0.95	-1.10 ถึง 0.45
Average initial stress after release (ksi)	(-2.211 x Thick) + (0.619 x Length) – (3.955 x Nspan) + (199.482)	0.95	-7.80 ถึง 3.85
Long-term stress loss (ksi)	(-0.046 x Thick) + (0.0128 x Length) – (0.0831 x Nspan) + (12.109)	0.95	-0.16 ถึง 0.07

Nspan = จำนวน Span

Thick = ความหนาของแผ่นพื้น (in)

Length = ความยาว Span (ft)

5. บรรณานุกรม

[1] ACI committee 318, 2008. Building code Requirements for structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary (ACI 318R-08). Farmington Hill : American Concrete Institute.

[2] PTI, 1999. Design Fundarmentals of Post–tension Concrete Floors. The Post Tensioning Institute : Phoenix, AZ.

[3] Nawy, E. G., 2003. Prestressed Concrete: A Fundamental Approach. Prentice Hall : Upper Saddle River, NJ.

[4] Lin, T. Y., 1968. Design of Prestressed Concrete Structures. John Wiley and Sons : New York.

[5] Adapt Corporation. Adapt FELT Program Version 4.05. Redwood City, California : Adapt Corporation.

[6] Quantitative Micro Software. Eviews Program Version 5.1. Irvine, California.