การศึกษาวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบออโตรีเกรซซีฟอันดับที่ 1 และตัวแบบออโตรีเกรซซีฟอันดับที่ 2 เมื่อเกิดค่านอกระบบ*

A Study of Parameter Estimations of First-Order Autoregressive Model and the Second-Order Autoregressive Model with Outliers.

ขวัญวงศ์ วัชโรกม **

บทคัดย่อ

การศึกษาเรื่อง "การศึกษาวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบออโตรีเกรซซีฟอันดับที่ 1 และตัวแบบออโตรีเกรซซีฟอันดับที่ 2 เมื่อเกิดค่านอกระบบ" นี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณมีเดียนซับสทิทิวและตัวประมาณของโกว ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบออโตรีเกรซซีฟอันดับที่ 1 (AR(1)) เมื่อเกิดค่านอกระบบแบบ Additive Outliers (AO) และ Innovation Outliers (IO) และอีกวัตถุประสงค์หนึ่งเพื่อเสนอตัวประมาณในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบออโตรีเกรซซีฟอันดับที่ 2 (AR(2)) เมื่อเกิดค่านอกระบบแบบ AO โดยใช้ตัวประมาณซึ่งขยายมาจากตัวประมาณเอ็มเอสของแฮดแดด (Haddad,2000) ข้อมูลที่ใช้ในแต่ละกรณีที่ศึกษาได้จากการจำลองอนุกรมเวลาขนาด 100 ให้มีตัวแบบเป็นAR(1)และAR(2) ที่มีค่านอกระบบในตำแหน่งต่าง ๆ กัน โดยใช้โปรแกรม MINITAB เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบคือ ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียง

ผลการศึกษาสรุปได้ว่า ตัวประมาณของโกวเป็นตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณมีเดียนซับสทิทิวในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) คุณสมบัติที่ไม่แตกต่างกันของตัวประมาณทั้งสอง คือ ในกรณีที่พารามิเตอร์ของตัวแบบมีค่าเป็นลบ ตัวประมาณทั้งสองให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียงน้อยที่สุดเมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบห่างกัน และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบใกล้กัน ในขณะที่เมื่อพารามิเตอร์ของตัวแบบมีค่าเป็นบวก ตัวประมาณทั้งสองให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียงน้อยที่สุด เมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบใกล้กัน และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบห่างกัน

สำหรับตัวประมาณที่เสนอเพื่อใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ ϕ_1 และ ϕ_2 ของตัวแบบ AR(2) ผลการศึกษาบ่งชี้ว่าตัวประมาณ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\phi}_2$ เป็นตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ ตัวประมาณ $\hat{\phi}_1$ ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียง รวมทั้งพิสัย น้อยกว่าที่ได้จากตัวประมาณ $\hat{\phi}_2$

---

* ได้รับรางวัลวิทยานิพนธ์ดีเด่นสาขาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ประจำปีการศึกษา 2543 จากมหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

** อาจารย์ประจำสำนักส่งเสริมมาตรฐานการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีปทุม

Abstract

The main purposes of this study, "A Study of Parameter Estimations of the First-Order Autoregressive Model and the Second-Order Autoregressive Model with Outliers" , are as follows : to compare the efficiency of median substitute estimator and Guo's estimator in estimating the parameter of the first-order autoregressive model (AR(1)) with additive outliers (AO) and innovation outliers (IO) as well as to propose the estimators in estimating the parameter of the second-order autoregressive model (AR(2)) with additive outliers (AO) by using the estimator which derived from the median substitute of Haddad (Haddad,2000). The sample data of size 100 used in each case are generated by MINITAB program through time series simulation technique. These data satisfy AR(1) and AR(2) models with outliers in different positions. The mean square error and bias are used as comparative criteria.

From the study we can conclude that Guo's estimator is more efficient than median substitute estimator in estimating the parameters of AR(1) model. When the parameter of the model is negative, the mean square error and bias of the two estimators are minimum in case that the positions of the outliers are far apart and the two errors increase when the outliers are close together. When the parameter of the model is positive, the mean square error and bias of the two estimators are minimum in case that the positions of the outliers are close together and the two errors increase when the outliers are far apart.

For the proposed estimators which are used to estimate the parameter ϕ_1 and ϕ_2 of the AR(2) model, the result of the study indicates that the estimators $\hat{\phi}_1$ and $\hat{\phi}_2$ are the efficient estimators. Furthermore, the mean square error and bias including the range of the estimator $\hat{\phi}_1$ are less than those of the estimator $\hat{\phi}_2$.

บทนำ

ข้อมูลอนุก
รวบรวมมาตามลำด
ประสบอุบัติเหตุทา
ที่เดินทางเข้าประเ
รายเดือนของบริษัท
โรงพยาบาล เป็นต้
อยู่กับเวลาและมีคว
ตัวแบบที่เหมาะสม
การพยากรณ์ค่าอนุ
การประมาณค่าพา
มากมาย จนถึงปัจ
และชมิทท์ (Kim,
การประมาณเจนเ
จีเอ็มเอ็ม (Genera
mate, GMM Esti
(Minimum Dist
ที่มีประสิทธิภาพสำห
ในปีค.ศ.2000 วา
ความเอนเอียงของ
mum Likelihood
ของพารามิเตอร์ใน

ในความเป็
ผลกระทบจากเหตุ
ต่าง ๆ เช่น การน
เกิดภัยธรรมชาติอ
ช่วงนี้ผิดปกติไปจ
ผลกระทบต่าง ๆ
ค.ศ.1972 ฟ็อกซ์ (F
โดยแบ่งค่านอกระ
Outliers(AO) แ
จากนั้น ปัญหาเกี่

บทนำ

ข้อมูลอนุกรมเวลา หมายถึง ค่าสังเกตที่เก็บรวบรวมมาตามลำดับเวลาอย่างต่อเนื่อง เช่น จำนวนผู้ประสบอุบัติเหตุทางรถยนต์รายปี จำนวนนักท่องเที่ยวที่เดินทางเข้าประเทศในแต่ละปี จำนวนสินค้าคงคลังรายเดือนของบริษัทแห่งหนึ่ง จำนวนคนไข้ในรายวันของโรงพยาบาล เป็นต้น ซึ่งค่าสังเกตในอนุกรมเวลานั้นขึ้นอยู่กับเวลาและมีความสัมพันธ์กัน โดยทั่วไปการกำหนดตัวแบบที่เหมาะสมกับอนุกรมเวลานั้นเป็นขั้นตอนหนึ่งในการพยากรณ์ค่าอนุกรมเวลาในอนาคต มีผู้ศึกษาเกี่ยวกับการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบต่าง ๆ ไว้อย่างมากมาย จนถึงปัจจุบัน เช่น ในปี ค.ศ.1999 คิม, คีแอน และชมิทท์ (Kim, Qian and Schmidt, 1999) ศึกษาการประมาณเจนเนเรอไลซ์เมททอดออฟโมเมนต์หรือจีเอ็มเอ็ม (Generalized Method of Moments Estimate, GMM Estimate) และมินิมัมดีสแทนส์หรือเอ็มดี (Minimum Distance Estimate, MD Estimate) ที่มีประสิทธิภาพสำหรับพารามิเตอร์ในตัวแบบออโตรีเกรซซีฟ ในปีค.ศ.2000 วาวกัส (Vougas , 2000) เปรียบเทียบความเอนเอียงของตัวประมาณ Least Squares / Maximum Likelihood หรือ LS/ML กับตัวประมาณจีเอ็มเอ็มของพารามิเตอร์ในตัวแบบ AR(1)

ในความเป็นจริงแล้วข้อมูลอนุกรมเวลามักถูกผลกระทบจากเหตุการณ์ภายนอกหรือเหตุการณ์ผิดปกติต่าง ๆ เช่น การนัดหยุดงาน การเกิดสงคราม หรือการเกิดภัยธรรมชาติอย่างรุนแรง เป็นต้น ทำให้ข้อมูลในช่วงนี้ผิดปกติไปจากข้อมูลช่วงอื่น เรียกข้อมูลที่ได้รับผลกระทบต่าง ๆ นี้ว่า ค่านอกระบบ(Outlier) ในปี ค.ศ.1972 ฟอกซ์ (Fox, 1972) ศึกษาเกี่ยวกับค่านอกระบบ โดยแบ่งค่านอกระบบออกเป็น 2 แบบคือ Additive Outliers(AO) และ Innovation Outliers(IO) หลังจากนั้น ปัญหาเกี่ยวกับการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบ อนุกรมเวลาที่มีค่านอกระบบ ได้มีผู้สนใจศึกษาหลายท่าน เช่น ในปีค.ศ.1979 เดนบีและมาร์ติน(Denby and Martin, 1979) เสนอตัวประมาณเจนเนเรอไลซ์เอ็มหรือตัวประมาณจีเอ็ม (Generalized M-Estimator ,GM Estimator) ในการประมาณพารามิเตอร์โดยศึกษาทฤษฎีคุณสมบัติต่าง ๆ และเปรียบเทียบความแกร่งของตัวประมาณจีเอ็ม ตัวประมาณออดินารีเอ็มหรือตัวประมาณเอ็ม (Ordinary M-Estimator, M Estimator) และตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุด (Least Squares Estimator, LS Estimator) เมื่อใช้ในการประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบออโตรีเกรซซีฟอันดับที่ 1 (First-Order Autoregressive Model) ที่เกิดค่านอกระบบ ในปี ค.ศ.1988 ชาง,เตียว และ เชน (Chang, Tiao and Chen, 1988) ศึกษาเกี่ยวกับค่านอกระบบในอนุกรมเวลา

นอกจากนั้นในปีค.ศ.2000แฮดแดด (Haddad, 2000) ได้เสนอตัวประมาณมีเดียนซับสทิทิว หรือตัวประมาณเอ็มเอส (Median Substitute Estimator, MS Estimator) เพื่อใช้ในการประมาณพารามิเตอร์ในตัวแบบ AR(1) ที่เกิดค่านอกระบบ และโกว (Guo, 2000) ศึกษาการประมาณพารามิเตอร์ในตัวแบบ AR(1) โดยเสนอตัวประมาณค่าขึ้นมาใหม่ในที่นี้ผู้วิจัยจะเรียกว่า ตัวประมาณของโกว (Guo's Estimator)

ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณมีเดียนซับสทิทิว และตัวประมาณของโกว ซึ่งเป็นตัวประมาณที่มีความแกร่งในการประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) และขยายสูตรตัวประมาณมีเดียนซับสทิทิว เพื่อใช้ประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(2)

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณมีเดียนซับสทิทิว ซึ่งปรับมาจากตัวประมาณ

มีเดียนซับสทิทิวของแฮดแดด (Haddad,2000) กับตัวประมาณของโกวในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1)

2. เสนอตัวประมาณที่ใช้ในการประมาณพารามิเตอร์ในตัวแบบ AR(2) โดยขยายจากตัวประมาณมีเดียนซับสทิทิว และพิจารณาประสิทธิภาพของตัวประมาณที่ได้

สมมติฐานของการวิจัย

1. ตัวประมาณมีเดียนซับสทิทิวมีประสิทธิภาพสูงกว่าตัวประมาณของโกว เมื่อใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) ในกรณีที่เกิดค่านอกระบบแบบ Additive

2. ตัวประมาณของโกวมีประสิทธิภาพสูงกว่าตัวประมาณมีเดียนซับสทิทิว เมื่อใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) ในกรณีที่เกิดค่านอกระบบแบบ Innovation

3. ตัวประมาณที่ขยายมาจากตัวประมาณมีเดียนซับสทิทิว เพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบ AR(2) เมื่อเกิดค่านอกระบบแบบ Additive เป็นตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพ

ขอบเขตของการวิจัย

การศึกษาเปรียบเทียบตัวประมาณมีเดียนซับสทิทิว ซึ่งต่อไปนี้จะเรียกว่าตัวประมาณเอ็มเอสกับตัวประมาณของโกว ในการประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) มีเงื่อนไขดังต่อไปนี้

1. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณเอ็มเอสกับตัวประมาณของโกว ศึกษาเมื่อตัวแบบ AR(1) มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ $(\mu = 0)$

1.1 เมื่อเกิดค่านอกระบบแบบ AO กำหนดค่าพารามิเตอร์ (ϕ_1) เป็น ± 0.75 , ± 0.25 จำนวนของค่าสังเกตที่เกิดค่านอกระบบเท่ากับ 2%, 5% มีขนาดของ ผลกระทบเป็น $\pm 5 * S.D.X_t$

1.2 เมื่อเกิดค่านอกระบบแบบ IO โดยที่กระบวนการรบกวนสุ่มของตัวแบบแจกแจงแบบดับเบิลเอกซ์โปเนนเชียล (Double Exponential Distribution) เมื่อค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ความแปรปรวนเท่ากับ 10, 50 กำหนดค่าพารามิเตอร์ (ϕ_1) เป็น ± 0.75 , ± 0.25

2. การศึกษาประสิทธิภาพของตัวประมาณเอ็มเอส เมื่อตัวแบบเป็น AR(2) มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ $(\mu = 0)$ กำหนดค่าพารามิเตอร์ $\phi_1 =$ 0.5, $\phi_2 = 0.25$ และ = ϕ_1 0.25 , $\phi_2 =$ 0.5 ศึกษาในกรณีที่เกิดค่านอกระบบแบบ AO จำนวนค่าสังเกตที่เกิดค่านอกระบบเท่ากับ 2%, 5% มีขนาดของผลกระทบเป็น $\pm 5 * S.D.X_t$

3. ทุกกรณีที่ศึกษามีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 (n=100) และทำซ้ำ 100 ครั้ง หรือสุ่มตัวอย่าง 100 ชุด (N=100)

4. เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียง

ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

$$(\text{MSE } j) = \frac{\sum_{j=1}^{N}\left(\hat{\phi}_{ij} - \phi_i\right)^2}{N}$$

ความเอนเอียง

$$(\text{Bias } j) = \text{E}(\hat{\phi}) - \phi = \frac{\sum_{j=1}^{N}\hat{\phi}_{ij}}{N} - \phi_i$$

เมื่อ $\hat{\phi}_{ij}$ แทนค่าของตัวประมาณ i จากการทำซ้ำที่ j ; i = 1, 2 , j = 1,..., N

ϕ_i แทนค่าของพารามิเตอร์ i ; i = 1,2

แทนจำนวนการทำซ้ำ

ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณเอ็มเอสและตัวประมาณของโกว ตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพมากกว่าคือตัวประมาณที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียงน้อยกว่าในการประมาณค่าตัวแบบ AR(1)

5. ถ้าตัวประมาณซึ่งขยายมาจากตัวประมาณเอ็มเอส ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียงน้อยลง เมื่อค่านอกระบบมีจำนวนเพิ่มขึ้น จะยอมรับว่าเป็นตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพ

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ผลของการศึกษาทำให้ทราบถึงประสิทธิภาพของตัวประมาณในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) เมื่อเกิดค่านอกระบบแบบต่าง ๆ

2. ตัวประมาณซึ่งขยายมาจากตัวประมาณมีเดียนซับสทิทิวเป็นอีกตัวประมาณที่สามารถนำไปใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(2) เมื่อเกิดค่านอกระบบแบบ AO

วิธีการวิจัย

การวิจัยนี้เป็นการศึกษาการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) เมื่อเกิดค่านอกระบบ โดยเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณเอ็มเอสกับตัวประมาณของโกวและศึกษาประสิทธิภาพของตัวประมาณซึ่งขยายมาจากตัวประมาณเอ็มเอสที่ผู้วิจัยเสนอในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(2) เมื่อเกิดค่านอกระบบ

1. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณเอ็มเอสและตัวประมาณของโกว

- ตัวประมาณเอ็มเอส (Median Substitute Estimator, MS Estimator)

$$\hat{\phi}_{MS} = \frac{MED\{X_t X_{t-1}\}}{MED\{X_{t-1}^2\}}$$

โดยที่ X_t แทนตัวแปรสุ่มที่เวลา t มีการแจกแจงแบบปกติ

- ตัวประมาณของโกว(Guo' s Estimator)

$$\hat{\phi}_{GUO} = \text{median}\{Z_t\} \ ; \ t = 2,3,\ldots\ldots,n$$

โดยที่ $Z_t = \frac{X_t}{X_{t-1}}$; t = 2,3,.....,n

X_t แทนตัวแปรสุ่มที่เวลา t มีการแจกแจงแบบปกติ

1.1 กรณีเกิดค่านอกระบบแบบ AO

มีขั้นตอนการดำเนินการวิจัยตามลำดับดังนี้

1. ใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MINITAB จำลองอนุกรมเวลา(X_t) ขนาด 100 ซึ่งมีตัวแบบเป็น AR(1) พารามิเตอร์เท่ากับ ± 0.75 , ± 0.25 มีขั้นตอนดังนี้

1.1 สร้าง X_o ให้มีการแจกแจงปกติค่าเฉลี่ย 0 ความแปรปรวน $\frac{\sigma_a^2}{1-\phi^2}$

1.2 สร้าง a_t ; t=1,.....,300 ให้มีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย 0 ความแปรปรวน 1

1.3 สร้าง X_t ; t=1,.....,300 ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์ $X_t = \phi_1 X_{t-1} + a_t$ ได้

$$X_1 = \phi_1 X_0 + a_1$$
$$X_2 = \phi_1 X_1 + a_2$$
$$\vdots$$

$$X_{300} = \phi_1 X_{299} + a_{300}$$

เพื่อไม่ให้อนุกรมเวลาที่ได้ขึ้นกับค่าเริ่มต้นที่กำหนดไว้ จึงใช้ X_t จำนวน 100 ค่าสุดท้าย

2. กำหนดตำแหน่งของค่านอกระบบ

2.1 กรณีมีจำนวนข้อมูลที่เกิดค่านอกระบบ 2% คือเท่ากับ 2 ค่า และมีขนาดของผลกระทบเป็น $\pm 5 * S.D.X_t$ ผู้วิจัยกำหนดให้เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาต่าง ๆ ดังนี้

กรณีที่ 1 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 1,100

กรณีที่ 2 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 1,50

กรณีที่ 3 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 25,75

กรณีที่ 4 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 50,100

กรณีที่ 5 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 25,26

กรณีที่ 6 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 50,51

กรณีที่ 7 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 75,76

กรณีที่ 8 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 99,100

2.2 กรณีมีจำนวนข้อมูลที่เกิดค่านอกระบบ 5% คือเท่ากับ 5 ค่า และมีขนาดของผลกระทบเป็น $\pm 5 * S.D.X_t$ ผู้วิจัยกำหนดให้เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาต่าง ๆ ดังนี้

กรณีที่ 1 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 10,30,50,70,90

กรณีที่ 2 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 20,40,60,80,100

กรณีที่ 3 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 24,25,50,75,100

กรณีที่ 4 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 25,50,75,99,100

กรณีที่ 5 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 24,25,50,74,75

กรณีที่ 6 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 25,49,50,51,75

กรณีที่ 7 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 50,51,96,97,98

กรณีที่ 8 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 75,76,77,99,100

กรณีที่ 9 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 23,24,25,26,27

กรณีที่ 10 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 48,49,50,51,52

กรณีที่ 11 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 73,74,75,76,77

กรณีที่ 12 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 96,97,98,99,100

3. ประมาณค่าพารามิเตอร์โดย ใช้ตัวประมาณ เอ็มเอสและตัวประมาณของโกว

3.1 หามัธยฐานของ $X_1X_2, X_2X_3, \ldots\ldots, X_{99}X_{100}$

3.2 หามัธยฐานของ $X_1^2, X_2^2, \ldots\ldots, X_{99}^2$

3.3 นำค่ามัธยฐานที่ได้จากข้อ 3.1.1 และ 3.1.2 หารกัน $\frac{MED\{X_tX_{t-1}\}}{MED\{X_{t-1}^2\}}$ จะได้ $\hat{\phi}_{MS}$

3.4 หามัธยฐานของ $\frac{X_2}{X_1}, \frac{X_3}{X_2}, \ldots\ldots, \frac{X_{100}}{X_{99}}$ จะได้ $\hat{\phi}_{GUO}$

4. ทำซ้ำ 100 ครั้ง ตั้งแต่ข้อ 1 ถึง 3

5. คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และ ความเอนเอียงของตัวประมาณในแต่ละวิธี แล้วนำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบกัน

1.2 กรณีเกิดค่านอกระบบแบบ IO

มีขั้นตอนการดำเนินการวิจัยตามลำดับดังนี้

1. ใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MINITAB จำลองอนุกรมเวลา (X_t) ขนาด 100 ซึ่งมีตัวแบบเป็น AR(1) พารามิเตอร์เท่ากับ ± 0.75 , ± 0.25 มีขั้นตอนดังนี้

1.1 สร้าง X_o ให้มีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย 0 ความแปรปรวน $\frac{\sigma_a^2}{1-\phi^2}$

1.2 สร้าง a_t ; t=1,.....,300 ให้มีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย 0 ความแปรปรวน 1

1.3 สร้าง X_t ; t=1,.....,300 ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์ คือ $X_t = \phi_1 X_{t-1} + a_t$ ได้

$$X_1 = \phi_1 X_0 + a_1$$
$$X_2 = \phi_1 X_1 + a_2$$
$$\vdots$$
$$X_{300} = \phi_1 X_{299} + a_{300}$$

เพื่อไม่ให้อนุกรมเวลาที่ได้ขึ้นกับค่าเริ่มต้นที่กำหนดไว้ X_t จึงใช้จำนวน 100 ค่าสุดท้าย

2. กำหนดตำแหน่งของค่านอกระบบ

2.1 กรณีความคลาดเคลื่อนของตัวแบบ มีการแจกแจงแบบดับเบิลเอกซ์โปเนนเชียล ค่าเฉลี่ย 0 ความแปรปรวน 10 ผู้วิจัยกำหนด ให้เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาต่างๆ ดังนี้

กรณีที่ 1 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 25

กรณีที่ 2 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 50

กรณีที่ 3 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 75

2.2 กรณีความคลาดเคลื่อนของตัวแบบมีการแจกแจงแบบดับเบิลเอกซ์โปเนนเชียล ค่าเฉลี่ย 0 ความแปรปรวน 50 ผู้วิจัยกำหนดให้เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาต่าง ๆ ดังนี้

กรณีที่ 1 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 25

กรณีที่ 2 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 50

กรณีที่ 3 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 75

3. ประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้ตัวประมาณเอ็มเอสและตัวประมาณของโกว

3.1 หามัธยฐานของ $X_1X_2, X_2X_3, \ldots\ldots, X_{99}X_{100}$

3.2 หามัธยฐานของ $X_1^2, X_2^2, \ldots\ldots, X_{99}^2$

3.3 นำค่ามัธยฐานที่ได้จากข้อ 3.1.1 และ 3.1.2 หารกัน $\frac{MED\{X_tX_{t-1}\}}{MED\{X_{t-1}^2\}}$ จะได้ $\hat{\phi}_{MS}$

3.4 หามัธยฐานของ $\frac{X_2}{X_1}, \frac{X_3}{X_2}, \ldots\ldots, \frac{X_{100}}{X_{99}}$ จะได้ $\hat{\phi}_{GUO}$

4. ทำซ้ำ 100 ครั้ง ตั้งแต่ข้อ 1 ถึง 3

5. คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสอง นำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบกัน

2. การศึกษาประสิทธิภาพของตัวประมาณ ซึ่งขยายมาจากตัวประมาณเอ็มเอส

● ตัวประมาณซึ่งขยายมาจากตัวประมาณเอ็มเอส

$$\hat{\phi}_1 = \frac{(MED\{X_t X_{t-1}\})(MED\{X_{t-2}^2\}) - (MED\{X_t X_{t-2}\})(MED\{X_{t-1} X_{t-2}\})}{(MED\{X_{t-1}^2\})(MED\{X_{t-2}^2\}) - (MED\{X_{t-1} X_{t-2}\})^2}$$

$$\hat{\phi}_2 = \frac{(MED\{X_t X_{t-2}\})(MED\{X_{t-1}^2\}) - (MED\{X_t X_{t-1}\})(MED\{X_{t-1} X_{t-2}\})}{(MED\{X_{t-1}^2\})(MED\{X_{t-2}^2\}) - (MED\{X_{t-1} X_{t-2}\})^2}$$

โดยที่ X_t แทนตัวแปรสุ่มที่เวลา t มีการแจกแจงแบบปกติ

การศึกษาประสิทธิภาพของตัวประมาณ ซึ่งขยายมาจากตัวประมาณเอ็มเอสนั้นพิจารณาเมื่อใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(2) ที่เกิดค่านอกระบบแบบ AO เท่านั้น โดยศึกษาความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียงของตัวประมาณเอ็มเอส เมื่อจำนวนค่านอกระบบเพิ่มขึ้นจาก 2% เป็น 5%

1. ใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MINITAB จำลองอนุกรมเวลา (X_t) ขนาด 100 ซึ่งมีตัวแบบเป็น AR(2) พารามิเตอร์ ϕ_1 = 0.5 , ϕ_2 = 0.25 และ ϕ_1 = 0.25 , ϕ_2 = 0.5 มีขั้นตอนดังนี้

1.1 สร้าง X_o และ X_t ให้มีการแจกแจงปกติค่าเฉลี่ย 0 ความแปรปรวน $\left(\frac{1-\phi_2}{1+\phi_2}\right)\frac{\sigma_a^2}{(1-\phi_2)^2-\phi_1^2}$

1.2 สร้าง a_t ; t=2,.....,300 ให้มีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย 0 ความแปรปรวน 1

1.3 สร้าง X_t ; t=2,.....,300 ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์ คือ $X_t = \phi_1 X_{t1} + \phi_2 X_{t-2} + a_t$ ได้

$$X_2 = \phi_1 X_1 + \phi_2 X_0 + a_2$$

$$X_3 = \phi_1 X_2 + \phi_2 X_1 + a_3$$

$$\vdots$$

$$X_{300} = \phi_1 X_{299} + \phi_2 X_{298} + a_{300}$$

เพื่อไม่ให้อนุกรมเวลาที่ได้ขึ้นกับค่าเริ่มต้นที่กำหนดไว้ จึงใช้ X_t จำนวน 100 ค่าสุดท้าย

2. กำหนดตำแหน่งของค่านอกระบบ

2.1 กรณีมีจำนวนข้อมูลที่เกิดค่านอกระบบ 2% คือเท่ากับ 2 ค่า และมีขนาดของผลกระทบเป็น $\pm 5 * S.D.X_t$ ผู้วิจัยกำหนดให้เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาต่าง ๆ ดังนี้

กรณีที่ 1 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 1,100

กรณีที่ 2 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 1,50

กรณีที่ 3 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 25,75

กรณีที่ 4 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 50,100

กรณีที่ 5 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 25,26

กรณีที่ 6 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล

ณ เวลาที่ 50,51

กรณีที่ 7 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 75,76

กรณีที่ 8 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 99,100

2.2 กรณีมีจำนวนข้อมูลที่เกิดค่านอกระบบ 5% คือเท่ากับ 5 ค่า และมีขนาดของผลกระทบเป็น $\pm 5 * S.D.X_t$ ผู้วิจัยกำหนดให้เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาต่าง ๆ ดังนี้

กรณีที่ 1 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 10,30,50,70,90

กรณีที่ 2 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 20,40,60,80,100

กรณีที่ 3 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 24,25,50,75,100

กรณีที่ 4 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 25,50,75,99,100

กรณีที่ 5 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 24,25,50,74,75

กรณีที่ 6 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 25,49,50,51,75

กรณีที่ 7 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 50,51,96,97,98

กรณีที่ 8 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 75,76,77,99,100

กรณีที่ 9 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 23,24,25,26,27

กรณีที่ 10 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 48,49,50,51,52

กรณีที่ 11 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 73,74,75,76,77

กรณีที่ 12 เกิดค่านอกระบบกับข้อมูล ณ เวลาที่ 96,97,98,99,100

3. ประมาณค่าพารามิเตอร์โดย ใช้ตัวประมาณเอ็มเอส และตัวประมาณของโกว

3.1 หามัธยฐานของ $X_2X_3, X_3X_4, \ldots\ldots, X_{99}X_{100}$

3.2 หามัธยฐานของ $X_1^2, X_2^2, \ldots X_{98}^2$

3.3 หามัธยฐานของ $X_1X_3, X_2X_4, \ldots\ldots, X_{98}X_{100}$

3.4 หามัธยฐานของ $X_1X_2, X_2X_3, \ldots\ldots, X_{98}X_{99}$

3.5 หามัธยฐานของ $X_2^2, X_3^2, \ldots X_{99}^2$

3.6 นำ $\dfrac{[(3.1)\times(3.2)]-[(3.3)\times(3.4)]}{[(3.5)\times(3.2)]-(3.4)^2}$

จะได้ $\hat{\phi}_1$

3.7 นำ $\dfrac{[(3.3)\times(3.5)]-[(3.1)\times(3.4)]}{[(3.5)\times(3.2)]-(3.4)^2}$

จะได้ $\hat{\phi}_2$

4. ทำซ้ำ 100 ครั้ง ตั้งแต่ข้อ 1 ถึง 3

5. คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และความเอนเอียงของตัวประมาณ แล้วนำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบกัน

สรุปผลการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณเอ็มเอส และตัวประมาณของโกว ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบออโตรีเกรซซีฟอันดับที่ 1 (AR(1)) เมื่อเกิดค่านอกระบบ

แบบ AO ค่าลบ และ AO ค่าบวก ซึ่งมีขนาดของผลกระทบ และจำนวนค่านอกระบบต่าง ๆ และเมื่อเกิดค่านอกระบบแบบ IO ที่ตำแหน่งต่าง ๆ โดยที่ a_t มีการแจกแจงแบบดับเบิลเอกซ์โปเนนเชียลที่มีค่าเฉลี่ย 0 ความแปรปรวน 10,50 นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาประสิทธิภาพของตัวประมาณ ซึ่งขยายมาจากตัวประมาณเอ็มเอส เพื่อใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบออโตรีเกรสซีฟอันดับที่ 2 (AR(2)) เมื่อเกิดค่านอกระบบแบบ AO ค่าลบ และ AO ค่าบวก เมื่อมีจำนวนของค่านอกระบบเพิ่มขึ้นจาก 2 ค่า เป็น 5 ค่า โดยมีเกณฑ์ที่ใช้ในการศึกษา คือ ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียง ซึ่งสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณเอ็มเอสและตัวประมาณของโกว เมื่ออนุกรมเวลามีตัวแบบเป็น AR(1) ซึ่งมีพารามิเตอร์เท่ากับ -0.75, -0.25, 0.25, 0.75 และเกิดค่านอกระบบแบบ AO

1.1 กรณีเกิดค่านอกระบบ 2 ค่า

1. ถ้าวัดการกระจายอย่างง่าย โดยใช้พิสัย พบว่า ตัวประมาณของโกวให้ค่าพิสัยน้อยกว่าตัวประมาณเอ็มเอส เมื่อพารามิเตอร์ของตัวแบบมีค่าค่อนข้างสูง

2. ตัวประมาณของโกวให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียงน้อยกว่าตัวประมาณเอ็มเอสเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ในกรณีที่ตัวแบบ AR(1) มีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.25 เกิดค่านอกระบบแบบ AO ค่าลบ ที่ตำแหน่ง (1,50), (25,75), (50,100) นั้น ตัวประมาณเอ็มเอสให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยกว่าตัวประมาณของโกว

3. เมื่อพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) มีค่าเป็นลบ ตัวประมาณทั้งสองให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมีค่าน้อยที่สุดเมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบอยู่ห่างกัน และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบเข้าใกล้กันและตัวประมาณเอ็มเอสให้ความเอนเอียงมีค่าน้อยที่สุดเมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบอยู่ห่างกัน และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบอยู่ติดกัน ในขณะที่ตัวประมาณของโกวมีรูปแบบของการเพิ่มขึ้นและลดลงของความเอนเอียงไม่สามารถสรุปได้ชัดเจน

4. เมื่อพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) มีค่าเป็นบวก ตัวประมาณทั้งสองให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียงมีค่าน้อย เมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบอยู่ติดกันและเพิ่มขึ้นเมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบอยู่ห่างกัน ยกเว้น ในกรณีที่ตัวแบบ AR(1) มีพารามิเตอร์ 0.25 และเกิดค่านอกระบบแบบ AO ค่าลบ ตัวประมาณเอ็มเอสให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียงมีค่าน้อย เมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบอยู่ห่างกัน

5. ตัวประมาณเอ็มเอสและตัวประมาณของโกวให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียงมากหรือน้อย ในทำนองเดียวกัน เมื่อเกิดค่านอกระบบแบบ AO ค่าลบ และ AO ค่าบวก

1.2 กรณีเกิดค่านอกระบบ 5 ค่า

1. ถ้าวัดการกระจายอย่างง่ายโดยใช้พิสัย พบว่า ตัวประมาณของโกวให้ค่าพิสัยน้อยกว่าตัวประมาณเอ็มเอสเป็นส่วนใหญ่ เมื่อพารามิเตอร์ของตัวแบบมีค่าค่อนข้างสูง

2. ตัวประมาณของโกวให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียงน้อยกว่าตัวประมาณเอ็มเอสเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ในกรณีที่ตัวแบบ AR(1) มีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.25 เกิดค่านอกระบบแบบ AO ค่าลบ และ AO ค่าบวก ที่ตำแหน่ง (75, 76, 77, 99, 100), (23, 24, 25, 26, 27), (48, 49, 50, 51, 52), (73, 74,

75, 76, 77), (96, 97, 98, 99, 100) นั้น ตัวประมาณเอ็มเอสให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยกว่าตัวประมาณของโกว

3. เมื่อพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) มีค่าเป็นลบ ตัวประมาณทั้งสองให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียงมีค่าน้อยที่สุด เมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบอยู่ห่างกัน หรือมีจำนวนของค่านอกระบบที่อยู่ติดกัน มีจำนวนน้อย และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบมีจำนวนที่อยู่ติดกันมากขึ้น ยกเว้น ในกรณีที่ตัวแบบ AR(1) มีพารามิเตอร์เท่ากับ -0.75 เกิด AO ค่าลบ และ AO ค่าบวกนั้น ตัวประมาณของโกวให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียงมีค่าน้อย เมื่อค่านอกระบบมีจำนวนตำแหน่งที่อยู่ติดกันมาก และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อมีจำนวนของค่านอกระบบที่อยู่ติดกันน้อยลง สอดคล้องกับผลที่ได้ในกรณีที่มีค่านอกระบบเกิดเพียง 2 ค่า

4. เมื่อพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) มีค่าเป็นบวก ตัวประมาณทั้งสองให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียงมีค่าน้อย เมื่อตำแหน่งของค่า นอกระบบอยู่ติดกันทุกตำแหน่งหรือมีจำนวนของค่านอกระบบที่อยู่ติดกัน มีจำนวนมากและมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบอยู่ห่างกัน หรือมีจำนวนของค่านอกระบบที่อยู่ติดกัน มีจำนวนน้อย ยกเว้น ในกรณีที่ตัวแบบ AR(1) มีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.25 เกิด AO ค่าลบ และ AO ค่าบวกนั้น ตัวประมาณของโกวให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และความเอนเอียงมีค่าน้อย เมื่อค่านอกระบบมีจำนวน ตำแหน่งที่อยู่ติดกันน้อยและมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อ ตำแหน่งของค่านอกระบบ อยู่ติดกัน สอดคล้องกับผลที่ได้ในกรณีที่มีค่านอกระบบเกิดเพียง 2 ค่า

5. ตัวประมาณเอ็มเอส และตัวประมาณ ของโกวให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียงมากหรือน้อย ในทำนองเดียวกัน เมื่อเกิดค่านอกระบบแบบ AO ค่าลบ และ AO ค่าบวก สอดคล้องกับผลที่ได้ในกรณีที่มีค่านอกระบบเกิดเพียง 2 ค่า

จากทั้งสองกรณีข้างต้นอาจสรุปได้ว่า ตัวประมาณของโกวให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียง รวมทั้งพิสัย น้อยกว่าตัวประมาณเอ็มเอสเป็นส่วนใหญ่

ดังนั้นจึงอาจสรุปได้ว่า ตัวประมาณของโกวมีประสิทธิภาพสูงกว่าตัวประมาณเอ็มเอส เมื่อใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) และเกิดค่านอกระบบแบบ AO

นอกจากนี้ เมื่อจำนวนของค่านอกระบบเพิ่มจาก 2 ค่า เป็น 5 ค่า ตัวประมาณเอ็มเอสให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมีค่าน้อยลง ซึ่งสอดคล้องกับข้อสังเกตในบทความของแฮดแดด (Haddad, 2000) เฉพาะในกรณีที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.25

ข้อควรสังเกตเพิ่มเติมคือ เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบค่าประมาณที่ได้จากตัวประมาณทั้งสองนี้ และค่าประมาณจากโปรแกรม SPSS พบว่าค่าประมาณจากโปรแกรม SPSS ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียงมีค่ามากกว่าตัวประมาณเอ็มเอส และตัวประมาณของโกวเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ในกรณีที่เกิดค่านอกระบบอยู่ติดกันทุกตำแหน่ง และอยู่ติดกัน 3 ตำแหน่งช่วงปลาย 2 ตำแหน่งช่วงปลายสุด

2. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณเอ็มเอสและตัวประมาณของโกว เมื่ออนุกรมเวลามีตัวแบบเป็น AR(1) เกิดค่านอกระบบแบบ IO

เมื่อตัวแบบ AR(1) มีพารามิเตอร์เท่ากับ -0.75, -0.25, 0.25, 0.75 ซึ่งเกิดค่านอกระบบแบบ IO

โดยที่ a_t มีการแจกแจงแบบดับเบิลเอกซ์โปเนนเชียล ที่มีค่าเฉลี่ย 0 ความแปรปรวน 10, 50 สรุปผลได้ดังนี้

1. ถ้าวัดการกระจายอย่างง่ายโดยใช้พิสัย พบว่า ตัวประมาณของโกวให้ค่าพิสัยน้อยกว่าตัวประมาณเอ็มเอสทุกกรณีเมื่อพารามิเตอร์ของตัวแบบมีค่าค่อนข้างสูง และให้ค่าพิสัยน้อยกว่าตัวประมาณเอ็มเอสเป็นส่วนใหญ่เมื่อพารามิเตอร์ของตัวแบบมีค่าค่อนข้างต่ำ

2. ตัวประมาณของโกวให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียงน้อยกว่าตัวประมาณเอ็มเอสทุกกรณี

3. เมื่อพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) มีค่าเป็นลบ ตัวประมาณเอ็มเอสให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียงมีค่าน้อยเมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบอยู่ช่วงปลาย และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบอยู่ช่วงต้น และช่วงกลาง ส่วนตัวประมาณของโกวให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมีค่าน้อยเมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบอยู่ช่วงต้นและมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบอยู่ช่วงกลางและช่วงปลาย

4. เมื่อพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) มีค่าเป็นบวก ตัวประมาณเอ็มเอสและตัวประมาณของโกวให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมีค่าน้อย เมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบอยู่ช่วงปลาย และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบอยู่ช่วงต้นและช่วงกลาง ยกเว้น ในกรณีที่ตัวแบบ AR(1) มีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.75 เกิดค่านอกระบบแบบ IO โดยที่ a_t มีการแจกแจงแบบดับเบิลเอกซ์โปเนนเชียลที่มีค่าเฉลี่ย 0 ความแปรปรวน 10, 50 ตัวประมาณของโกวให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมีค่าน้อย เมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบอยู่ช่วงกลาง และมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อตำแหน่งของค่านอกระบบอยู่ช่วงปลาย

5. ตัวประมาณเอ็มเอสและตัวประมาณของโกวให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (มากน้อย) ในทำนองเดียวกัน เมื่อเกิดค่านอกระบบแบบ IO โดยที่ a_t มีการแจกแจงแบบดับเบิลเอกซ์โปเนนเชียล ที่มีค่าเฉลี่ย 0 ความแปรปรวน 10,50

ดังนั้นจึงอาจสรุปได้ว่า ตัวประมาณของโกวมีประสิทธิภาพสูงกว่าตัวประมาณเอ็มเอส เมื่อใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) และเกิดค่านอกระบบแบบ IO

นอกจากนี้มีข้อสังเกตเพิ่มเติมว่าตัวประมาณของโกวให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยกว่าการประมาณค่าโดยใช้โปรแกรม SPSS ในบางกรณี ในขณะที่ตัวประมาณเอ็มเอสให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมากกว่าค่าประมาณจาก SPSS

3. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณ ซึ่งขยายมาจากตัวประมาณเอ็มเอสเมื่ออนุกรมเวลามีตัวแบบเป็น AR(2) มีพารามิเตอร์ $\phi_1 = 0.5$, $\phi_2 = 0.25$ และ $\phi_1 = 0.25$, $\phi_2 = 0.5$ เกิดค่านอกระบบแบบ AO

1. เมื่อเกิดค่านอกระบบ 2 ค่าและ 5 ค่า ถ้าวัดการกระจายอย่างง่ายโดยใช้พิสัย พบว่า ตัวประมาณ $\hat{\phi}_1$ ให้ค่าพิสัยน้อยกว่าตัวประมาณ $\hat{\phi}_2$ เป็นส่วนใหญ่

2. เมื่อเกิดค่านอกระบบ 2 ค่า ตัวประมาณ $\hat{\phi}_1$ ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียง มีค่าน้อยกว่าตัวประมาณ $\hat{\phi}_2$ เป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ในกรณีที่ตัวแบบ AR(2) มีพารามิเตอร์ $\phi_1 = 0.5$, $\phi_2 = 0.25$ เกิดค่านอกระบบแบบ AO ค่าบวกที่ตำแหน่ง (25,75) ตัวประมาณ $\hat{\phi}_2$ ให้ค่าความเอนเอียงมีค่าน้อยกว่า ตัวประมาณ

3. เมื่อเกิดค่านอกระบบ 5 ค่า ตัวประมาณ $\hat{\phi}_1$ ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียงมีค่าน้อยกว่าตัวประมาณ $\hat{\phi}_2$ เป็นส่วนใหญ่ ยกเว้นในกรณีที่ตัวแบบ AR(2) มีพารามิเตอร์ $\phi_1 = 0.5$, $\phi_2 = 0.25$ เกิดค่านอกระบบแบบ AO ค่าลบที่ตำแหน่ง (10,30,50,70,90,), (20,40,60,80,100), 24,25,50,75,100), (25,50,75,99,100), (25,49,50, 51,75), (96,97,98,99,100) เกิดค่านอกระบบแบบ AO ค่าบวกที่ตำแหน่ง (10,30,50, 70,90), (20,40,60,80,100)

4. เมื่อเกิดค่านอกระบบ 5 ค่า ตัวประมาณ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\phi}_2$ ซึ่งขยายมาจากตัวประมาณเอ็มเอสของแฮดแดด (Haddad,2000) นี้ ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและความเอนเอียงน้อย เช่นเดียวกันกับกรณีเกิด ค่านอกระบบ 2 ค่า

ดังนั้นจึงอาจสรุปได้ว่า ตัวประมาณซึ่งขยายมาจากตัวประมาณเอ็มเอสของแฮดแดด (Haddad,2000) เป็นตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพ

นอกจากนี้ ตัวประมาณ $\hat{\phi}_1$ ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และความเอนเอียง รวมทั้งพิสัยมีค่าน้อย กว่าตัวประมาณ $\hat{\phi}_2$ เป็นส่วนใหญ่

ข้อสังเกตเมื่อเปรียบเทียบกับการประมาณค่าโดยใช้โปรแกรม SPSS พบว่า ค่าประมาณจากโปรแกรม SPSS ให้ความเอนเอียงของ $\hat{\phi}_1$ มีค่ามากกว่า $\hat{\phi}_1$ จากตัวประมาณที่ขยายจากตัวประมาณเอ็มเอสเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ในกรณีที่ตำแหน่งของค่านอกระบบอยู่ที่(1,100) และให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของ $\hat{\phi}_2$ มีค่ามากกว่า $\hat{\phi}_2$ จากตัวประมาณที่ขยายจากตัวประมาณเอ็มเอส ยกเว้น ในกรณีที่ตำแหน่งของค่านอกระบบอยู่ห่างกัน แต่ค่าประมาณจากโปรแกรม SPSS ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมีค่าน้อยกว่าตัวประมาณที่ขยายจากตัวประมาณเอ็มเอสทุกกรณี

ข้อเสนอแนะ

1. ถ้าตัวแบบ AR(1) เกิดค่านอกระบบแบบ AO และ IO ควรเลือกใช้ตัวประมาณของโกวในการประมาณค่าพารามิเตอร์ เพื่อให้ได้ค่าประมาณที่มี ประสิทธิภาพสูง

2. งานวิจัยขั้นต่อไปคือ การพิสูจน์คุณสมบัติของตัวประมาณซึ่งขยายมาจากตัวประมาณเอ็มเอสของแฮดแดด (Haddad,2000) ที่เสนอในงานวิจัยนี้และตรวจสอบคุณสมบัติเพิ่มเติมโดยการจำลองข้อมูล

บรรณานุกรม

นุชจิรัตน์ ธีระกนก. **"การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสูญหายในข้อมูลอนุกรมเวลา"** วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,2535.

รัชนี วงศ์อนันต์กิจ. **"ผลกระทบของการเกิด additive outlier ต่อค่าประมาณจากตัวแบบ aggregated และ disaggregated ARMA(1,1)."** สารนิพนธ์มหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติประยุกต์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์,2536.

Abraham, B. and Ledolter, J. (1942). **Statistical Methods for Forecasting.** New York : John Wiley & Sons, Inc.

Chang, I., Tiao, G.C. and Chen, C. (1988). **"Estimation of Time Series Parameters in the Presence of Outliers."** Technometrics, 30, 193 - 204.

Cryer, J.D. (1986). **Time Series Analysis.** Boston : Wadsworth, Inc.

Denby, L. and Martin, R.D. (1979). **"Robust Estimation of the First Order Autoregressive Parameter."** Journal of the American Statistical Association, 30, 193 - 204.

Fox, A.J. (1972). **"Outliers in Time Series."** Journal of the Royal Statistical Society Series B, 3, 350-363.

Guo, J.H. (1999). **"A Nonparametric Test for the Parallelism of Two First-Order Autoregressive Processes."** Australian & New Zealand Journal of Statistics, 41, 59-65.

Guo, J.H. (2000). **"Robust Estimation for the Coefficient of a First Order Autoregressive Processes."** Communication Statistics -Theory Meth., 29(1), 55-66.

Hadd, J. N. (2000). **"On Robust Estimation in the First Order Autoregressive Processes."** Communication Statistics-Theory Meth., 29(1), 45-54.

Kim,Y., Qian,H. and Schmidt, P. (1999). **"Efficient GMM and MD Estimation of Autoregressive Models."** Economics Letters, 62, 265-270.

Rousseeuw, P.J. and Leroy, A.M. (1987). **Robust Regression and Outlier Detection.** New York : John Wiley & Sons, Inc.

Vougas, D.V. (2000). **"A Comparison of LS/ML and GMM Estimation in a Simple AR(1) Model."** Communication Statistics-Simula.,29(1),239-258.