



การเปรียบเทียบค่าโมเมนต์ทุติยภูมิในพื้นที่ไร้คานคอนกรีตอัดแรงที่วิเคราะห์ด้วย

วิธีโครงข้อแข็งเสมือนสองมิติและวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบแผ่นสามมิติ

A COMPARISON OF THE SECONDARY MOMENTS IN POST-TENSIONED CONCRETE FLAT SLABS ANALYZED FROM 2D EQUIVALENT FRAME METHOD AND 3D PLATE FINITE ELEMENT METHOD

ฉัตร สุจินดา (Chatr Suchinda)¹

¹อาจารย์ มหาวิทยาลัยศรีปทุม chatr.su@spu.ac.th

บทคัดย่อ : ในโครงสร้างประเภทคอนกรีตอัดแรงนั้น ลวดอัดแรงจะถูกจัดวางให้มีความโค้งเพื่อต้านทานโมเมนต์ดัดซึ่งเกิดจากน้ำหนักบรรทุก สำหรับแผ่นพื้นไร้คานซึ่งเป็นโครงสร้างประเภทอินดีเทอร์มิเนต (Indeterminate Structures) ความโค้งของลวดอัดแรงจะทำให้เกิดแรงกระทำในทิศทางลงที่บริเวณเสา ซึ่งจะส่งผลทำให้เกิดโมเมนต์ทุติยภูมิ (Secondary or Hyperstatic Moment) ขึ้นในแผ่นพื้น ผลของโมเมนต์ดังกล่าวมีนัยสำคัญและจำเป็นต้องพิจารณาในขั้นตอนของการวิเคราะห์และออกแบบ ในปัจจุบันมีผู้นิยมใช้วิธีวิเคราะห์กันอยู่สองวิธีคือ (1) วิธีโครงข้อแข็งเสมือน (Equivalent Frame Method) ซึ่งเป็นการมองโครงสร้างในแบบสองมิติ และ (2) วิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบแผ่น (Plate Element) ซึ่งเป็นการมองโครงสร้างในแบบสามมิติ บทความนี้เป็นการศึกษาเปรียบเทียบค่าโมเมนต์ทุติยภูมิที่ได้จากการวิเคราะห์ระหว่างสองวิธีโดยใช้โปรแกรม RAM Concept โดยได้ตั้งกรณีศึกษาเปรียบเทียบ สำหรับลักษณะการวางของตำแหน่งเสาที่แตกต่างกันทั้งหมด 5 กรณี

ABSTRACT : For post-tensioned concrete, the pre-stressing tendons are positioned so that their curved profiles can resist the loads. For the flat slabs which are indeterminate structures, these profiles will create vertical downward forces near the columns which create the secondary or hyperstatic moments in the slabs. These secondary moments have significant effect and must be considered during the analysis and design processes. Nowadays, many flat slab designers usually use either (1) the Equivalent Frame Method or EFM which consider the structure in 2-dimension (2D) and (2) Plate Finite Element Method which is 3-dimensional (3D). This paper presents the comparison between the secondary moments in post-tensioned flat slabs analyzed from 2D EFM and 3D Plate Finite Element Method using RAM Concept program. Five studying cases with different column layouts have been compared.

KEYWORDS : Secondary or Hyperstatic Moment Comparison, Post-Tensioned Flat Slabs, Equivalent Frame Method, Plate Bending Finite Element Method

1. คำนำ

มาตรฐานการออกแบบอาคารคอนกรีตเสริมเหล็ก ACI318-05 [1] ได้แนะนำวิธีวิเคราะห์เพื่อหาแรงภายในสำหรับระบบพื้นไว้ในข้อกำหนดที่ 13.7 ซึ่งเรียกว่าวิธีโครงข้อแข็งเสมือนหรือ Equivalent Frame Method (EFM) ซึ่งสามารถนำไปใช้กับระบบพื้นไร้คาน (Flat Slab) ได้ หลักการของวิธีดังกล่าวคือการมองพื้นไร้คานที่เป็นสามมิติ ให้เป็นโครงข้อแข็งที่รับแรงในสองทิศทางที่ตั้งฉากกัน ซึ่งในการวิเคราะห์ระบบพื้นไร้คานหนึ่ง ๆ จำเป็นที่จะต้องมองโครงข้อแข็งเสมือนทั้งในสองทิศทาง จะเห็นได้ว่าถ้าวิเคราะห์โครงข้อแข็งในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง ก็เปรียบเสมือนว่าเป็นการมองโครงสร้าง ที่มีการถ่ายแรงในสามมิติให้เหลือเป็นเพียงการถ่ายแรงในสองมิติเท่านั้น

ในปัจจุบัน ระบบพื้นไร้คานเป็นที่นิยมกันอย่างแพร่หลายในอาคารขนาดกลางและใหญ่โดยทั่วไป ซึ่งพื้นไร้คานดังกล่าวมักจะใช้ระบบคอนกรีตอัดแรง ซึ่งมีข้อได้เปรียบคือมีราคาค่าก่อสร้างต่อตารางเมตรที่ถูกกว่า ในขณะที่สามารถออกแบบให้เพิ่มระยะห่างจากเสาถึงเสา ได้มากกว่าระบบคอนกรีตเสริมเหล็กธรรมดา นอกจากนี้ระบบพื้นไร้คานจะมีความลึกของโครงสร้างน้อยกว่าระบบพื้นที่รองรับด้วยคานอยู่มาก และยังสามารถลดความซับซ้อนของรูปทรงในการทำแบบหล่อได้อีกมาก ทำให้สามารถลดทั้งต้นทุนค่าแรง และระยะเวลาของการก่อสร้างลงได้ (ซึ่งเป็นผลทำให้ลดต้นทุนดอกเบี้ยได้อีกด้วย) แต่ขั้นตอนในการคำนวณออกแบบระบบพื้นไร้คาน มีความสลับซับซ้อนมากกว่าระบบพื้นที่รองรับด้วยคานอยู่มาก ยิ่งหากเป็นระบบคอนกรีตอัดแรงด้วยแล้ว ก็จำเป็นต้องคำนวณค่าของหน่วยแรงที่หน้าตัดวิกฤตต่าง ๆ ซึ่งโปรแกรมที่ช่วยออกแบบโดยใช้วิธีวิเคราะห์แบบโครงข้อแข็งที่นิยมใช้กันในปัจจุบันได้แก่ Adapt-PT [2]

อาคารขนาดกลางและใหญ่เหล่านี้ อาจจะทำก่อสร้างในที่ดินที่มีรูปร่างไม่เป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า แต่สถาปนิกผู้ออกแบบอาคารต้องการใช้พื้นที่ดังกล่าวอย่างมีประสิทธิภาพ และต้องการจัดลักษณะของการใช้งานของพื้นที่ในส่วนต่าง ๆ ให้เหมาะสมมากที่สุด จึงอาจจำเป็นต้องจัดตำแหน่งของเสาในลักษณะที่ไม่เป็นระเบียบในแนวที่ตั้งฉากกัน หรือจัดตำแหน่งของเสาในแต่ละแถวให้มีระยะห่างที่ไม่เท่ากัน การจัดตำแหน่งของเสาแบบนี้จะทำให้การวิเคราะห์โดยวิธีโครงข้อแข็งเสมือน ซึ่งเป็นการมองโครงสร้างในแบบสองมิติ ที่อาจจะให้คำตอบที่ผิดเพี้ยนไปจาก

พฤติกรรมจริงของโครงสร้างได้ ยิ่งตำแหน่งการจัดวางของเสาแตกต่างไปจากแนวที่ตั้งฉากกันอย่างเป็นระเบียบเท่าใดก็ยิ่งจะทำให้ผลของการวิเคราะห์ที่ได้จากวิธีโครงข้อแข็งเสมือน ผิดเพี้ยนมากขึ้นเท่านั้น

ในปัจจุบันมีโปรแกรมช่วยวิเคราะห์และออกแบบระบบพื้นไร้คานซึ่งใช้วิธีวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) เช่น Adapt Floor Pro [3] และ RAM Concept [4] ซึ่งโปรแกรมดังกล่าวใช้เอลิเมนต์แบบแผ่น (Plate Element) ซึ่งให้คำตอบของแรงภายใน ที่เกิดจากการกระจายของแรงในทั้งสองทิศทาง วิธีวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์นี้เป็นการมองโครงสร้างในแบบสามมิติโดยตรง โดยไม่ต้องมองโครงสร้างให้เป็นแบบสองมิติหลาย ๆ ครั้ง ซึ่งแน่นอนว่า ผลของการวิเคราะห์ในแบบสามมิตินี้ ย่อมจะให้คำตอบของการกระจายแรงที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมจริงของโครงสร้างได้มากกว่า

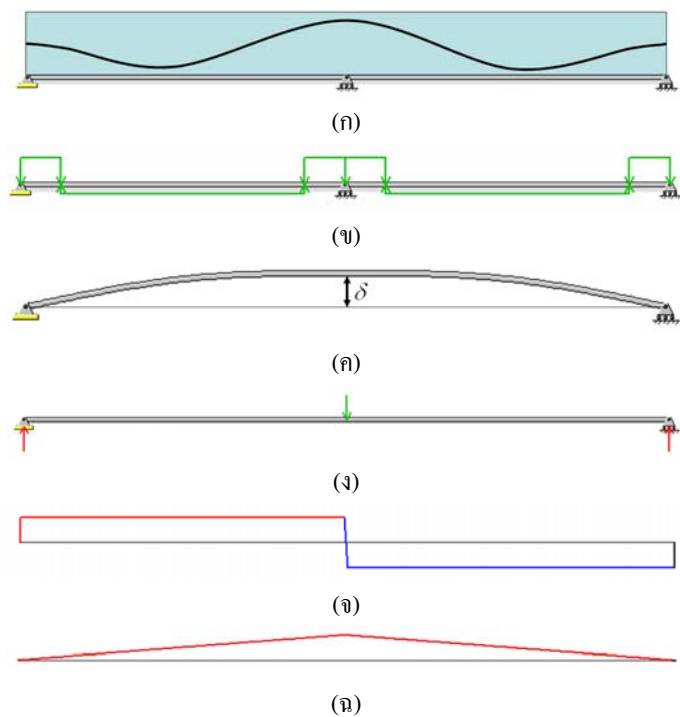
ในโครงสร้างประเภทคอนกรีตอัดแรงนั้น ลวดอัดแรงจะถูกจัดวางให้มีความโค้ง เพื่อต้านทานโมเมนต์ดัดซึ่งเกิดจากน้ำหนักบรรทุก สำหรับแผ่นพื้นไร้คานซึ่งเป็นโครงสร้างประเภทอินดีเทอร์มิเนต (Indeterminate Structures) ความโค้งของลวดอัดแรงจะทำให้เกิดแรงกระทำในทิศทางลงที่บริเวณเสา ซึ่งจะส่งผลทำให้เกิดโมเมนต์ทุติยภูมิ (Secondary or Hyperstatic Moment) ขึ้นในแผ่นพื้น ผลของโมเมนต์ดังกล่าวมีนัยสำคัญและจำเป็นที่ต้องพิจารณาในขั้นตอนการวิเคราะห์และออกแบบ เมื่อปีที่แล้วในงานประชุมวิชาการโยธาแห่งชาติครั้งที่ 13 ผู้แต่ง [5] ได้เปรียบเทียบผลของการออกแบบวิเคราะห์หน่วยแรง ที่หน้าตัดวิกฤตของพื้นไร้คานคอนกรีตอัดแรง กรณีของน้ำหนักบรรทุกใช้งาน (Working Stress Limit State) ด้วยวิธีโครงข้อแข็งเสมือนสองมิติโดยใช้โปรแกรม Adapt-PT [2] และวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบแผ่นสามมิติโดยใช้โปรแกรม RAM Concept [4] หารใดก็ดีการเปรียบเทียบหน่วยแรงที่วิเคราะห์ได้ในครั้งนั้น (โดยผู้แต่ง [5]) ยังไม่ได้พิจารณาถึงผลที่เกิดจากโมเมนต์ทุติยภูมิ (Secondary or Hyperstatic Moment) แต่อย่างใด

บทความในครั้งนี้เป็นเปรียบเทียบค่าของโมเมนต์ทุติยภูมิในพื้นไร้คานคอนกรีตอัดแรง ที่วิเคราะห์ด้วยวิธีโครงข้อแข็งเสมือนสองมิติและวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบแผ่นสามมิติ

2. กลไกของการเกิดโมเมนต์ทุติยภูมิในโครงสร้างคอนกรีตอัดแรง

2.1 คำนิยาม

การกระทำทุติยภูมิ (Hyperstatic หรือ Secondary Actions) เป็นผลของลวดอัดแรงในโครงสร้างคอนกรีตอัดแรง ซึ่งพยายามที่จะเคลื่อนตัวอย่างอิสระ ณ ตำแหน่งที่มีจุดรองรับ (Supports) ในทิศทาง ที่มีแรงปฏิกิริยาเกินมาจากแรงปฏิกิริยาที่ทำให้โครงสร้างมีเสถียรภาพ (เกินมาจากโครงสร้างแบบดีเทอร์มิเนต)



ภาพที่ 1 ตัวอย่างคานคอนกรีตอัดแรงต่อเนื่องสองช่วง และการกระทำทุติยภูมิ

ลองมาพิจารณาคานต่อเนื่อง 2 ช่วงดังในภาพที่ 1(ก) ซึ่งเป็นโครงสร้างคอนกรีตอัดแรง โดยมีลวดอัดแรงฝังอยู่ภายในรูปทรงของลวดอัดแรงให้มีความสูงต่ำ (Profile) มีลักษณะคล้ายเส้นพาราโบลา ลวดอัดแรงที่มีความสูงต่ำจะทำให้เกิดโมเมนต์เนื่องจากแรงอัดที่เอียงจากจุดศูนย์กลางของหน้าตัด โดยผู้ออกแบบมักจะกำหนดให้โมเมนต์ที่เกิดจากแรงอัดที่เอียงศูนย์กลางเป็นไปทิศทางที่ตรงกันข้าม กับโมเมนต์ที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุก โมเมนต์ที่เกิดขึ้นนี้จะคำนวณได้โดยอ้อม โดยการคำนวณหา น้ำหนักเสมือน (Equivalent Load) ดังแสดงไว้ในภาพที่ 1(ข) จะสังเกตได้ว่า ในส่วนที่ลวดอัดแรงมีรูปทรงคล้ายพาราโบลาโค้ง

หงาย จะทำให้เกิดน้ำหนักเสมือนในทิศทางขึ้น แต่ในส่วนที่ลวดอัดแรงมีรูปทรงคล้ายพาราโบลาโค้งคว่ำ จะทำให้เกิดน้ำหนักเสมือนในทิศทางลง ซึ่งผลรวมของน้ำหนักเสมือนดังกล่าวที่เกิดจากรูปร่างของลวดอัดแรงที่จะต้องเป็นศูนย์ หรือเกิดสมดุลย์ขึ้นด้วยตัวของมันเอง (Self Equilibrium) หากพิจารณาว่าแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับแบบลูกล้อ (Roller Support) ตรงกึ่งกลางของคานนี้ เป็นแรงปฏิกิริยาส่วนเกิน (Redundant) และตัดแรงดังกล่าวออกไปจากโครงสร้าง ผลของแรงเสมือนที่เกิดจากลวดอัดแรงจะทำให้คานดังกล่าวโก่งตัวขึ้นที่กึ่งกลางเป็นระยะ δ ดังแสดงในภาพที่ 1(ค) แต่ในความเป็นจริงแล้ว สำหรับคานอันนี้มีจุดรองรับแบบลูกล้ออยู่ที่กึ่งกลาง ดังนั้นการโก่งตัวขึ้นดังกล่าวจะถูกยับยั้งไว้ด้วยแรงปฏิกิริยา ซึ่งเป็นแรงกระทำแบบจุด กระทำที่กึ่งกลางของคานนี้ดังแสดงในภาพที่ 1(ง) เนื่องจากแรงดังกล่าวเป็นผลของการยับยั้งการเคลื่อนตัวของคานที่จุดรองรับ จึงนิยมเรียกแรงดังกล่าวว่า แรงปฏิกิริยาทุติยภูมิ (Secondary Reaction) และเรียกการกระทำของแรงดังกล่าวว่า การกระทำทุติยภูมิ (Secondary Action) ซึ่งผลของการกระทำดังกล่าวในโครงสร้างที่คล้ายคาน (Beam-like Structures) (เช่นคานและพื้นทางเดียว) จะเกิดแรงภายในโครงสร้างขึ้นสองอันก็คือ แรงเฉือนทุติยภูมิ (Secondary Shear) ดังแสดงในภาพที่ 1(จ) และโมเมนต์ทุติยภูมิ (Secondary Moment) ดังแสดงในภาพที่ 1(ฉ) อย่างไรก็ตามคำว่า "ทุติยภูมิ" หรือ "Secondary" นี้ อาจทำให้วิศวกรเข้าใจไปว่า ผลกระทบดังกล่าวมีค่าน้อยและไม่มีความสำคัญ (ซึ่งโดยส่วนใหญ่มักจะผิดไปจากความเป็นจริงมาก) อีกทั้งอาจทำให้วิศวกรเข้าใจผิดคิดว่าเป็นผลของ P-Delta ซึ่งผู้เขียนโปรแกรม RAM Concept [4] ได้แนะนำคำว่าคำว่า "Hyperstatic" [6] ซึ่งหมายถึงพฤติกรรมที่เกินไปจาก (Hyper) พฤติกรรมของโครงสร้างประเภทดีเทอร์มิเนต (Static) อย่างไรก็ตามผู้แต่งไม่ทราบว่าจะแปลคำนี้เป็นภาษาไทยให้เหมาะสมได้อย่างไร จึงขอใช้คำว่า "ทุติยภูมิ" ซึ่งแปลตรงมาจาก Secondary แทนคำแปลของ Hyperstatic

2.2 การกระทำทุติยภูมิและความแข็งแรงของหน้าตัด

โมเมนต์และแรงเฉือนทุติยภูมิแสดงในภาพที่ 1(จ) และ 1(ฉ) ณ จุดตัดเป็นแรงคงค้างที่เกิดขึ้นในคอนกรีตและเหล็กเสริมตลอดหน้าตัด ถ้าพิจารณาถึงความแข็งแรง โมเมนต์ที่เกิดขึ้นนี้จะ

ถูกรับด้วยแรงอัดในคอนกรีต และแรงดึงในเหล็กเสริม ซึ่งจากแรงดังกล่าวจะได้รับความสัมพันธ์

$$C = T \quad (1)$$

$$M_{hyp} = Tz = Cz \quad (2)$$

C = แรงอัดทั้งหมดของหน้าตัด

T = แรงดึงที่เกิดในลวดอัดแรงและเหล็กเสริมที่ไม่ใช่ลวดอัดแรง

z = แขนโมเมนต์ภายใน

จากข้างต้นเป็นหลักฐานแสดงให้เห็นว่า ความสามารถในการรับโมเมนต์ของหน้าตัด จะต้องเกิดแรงต้านภายในขึ้นซึ่งจะเกี่ยวข้องกับโมเมนต์ทูลิยุมิ ความสามารถในการรับโมเมนต์นี้จะต้องเพิ่มเติมจากที่ต้องการจากน้ำหนักบรรทุกอื่น ๆ เช่น น้ำหนักบรรทุกที่เกิดจากตัวโครงสร้างเอง และน้ำหนักบรรทุกจร ซึ่งมาตรฐาน ACI318-08 [1] และ AASHTO [7] ได้กำหนดให้พิจารณาผลของการกระทำทูลิยุมินี้ ในสูตรคำนวณกำลังการรับแรงของหน้าตัด โดยกำหนดให้ Load Factor เป็น 1.0 ในผลรวมน้ำหนักบรรทุกสำหรับทุกกรณี เมื่อผลของการกระทำทูลิยุมินี้ได้ถูกวิเคราะห์โดยใช้ทฤษฎีอีลาสติค ตัวอย่างเช่นหนึ่งในสมการตรวจสอบกำลังรับโมเมนต์ ซึ่งพิจารณาผลของน้ำหนักบรรทุกเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก (Gravity) ในมาตรฐาน ACI318-08 [1] เป็นดังนี้

$$M_n = \frac{(1.2M_d + 1.6M_l + M_{hyp})}{\phi} \quad (3)$$

เมื่อ

M_n = กำลังรับโมเมนต์ปกติ (Nominal moment strength) ของหน้าตัด

M_d = โมเมนต์เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกตายตัว (Dead load moment)

M_l = โมเมนต์เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกจร (Live load moment)

ϕ = ตัวคูณลดกำลังสำหรับโมเมนต์ = 0.9

โมเมนต์ทูลิยุมินี้ไม่จำเป็นต้องมีส่วนเผื่อด้วยเหตุผลหลายประการคือ (1) ปัจจัยต่าง ๆ ที่มีผลต่อค่าของโมเมนต์ดังกล่าวสามารถทราบค่าได้อย่างแม่นยำ (2) ส่วนมากโมเมนต์ทูลิยุมินี้จะ

มาผลหักล้างกับโมเมนต์ ที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกตายตัวและจรร ดังนั้นการเพิ่มส่วนเผื่อเข้าไป จะทำให้ผลการคำนวณเป็นไปในเชิงที่ไม่ปลอดภัย (Not Conservative)

จริง ๆ แล้วผลของการกระทำทูลิยุมินี้ หากมีการพิจารณาผลของลวดอัดแรงในโครงสร้าง โดยวิเคราะห์โครงสร้างในแบบอินดิเทอร์มิเนต ผลดังกล่าว (แรงเฉือนและโมเมนต์ทูลิยุมิ) จะรวมอยู่ในการวิเคราะห์อยู่แล้ว ซึ่งขั้นตอนที่ตรวจสอบหน่วยแรงใช้งาน (Working Stress Limit State) ซึ่งเป็นการพิจารณาผลของทุก ๆ การกระทำ รวมถึงการกระทำทูลิยุมินี้ด้วย ก็ไม่จำเป็นต้องแยกผลของการกระทำทูลิยุมิออกมาต่างหาก แต่ถ้าเป็นขั้นตอน ที่ตรวจสอบความสามารถในการรับโมเมนต์ของหน้าตัด (Strength Limit State) เนื่องจากข้อกำหนดในมาตรฐาน ACI318-08 [1] และ AASHTO [7] ได้กำหนดให้ Load Factor ของผลของการกระทำทูลิยุมิ มีค่าแตกต่างจากผลของการกระทำอื่น ๆ ดังนั้นผู้ออกแบบจึงต้องคำนวณผลของการกระทำทูลิยุมิแยกออกมาต่างหาก

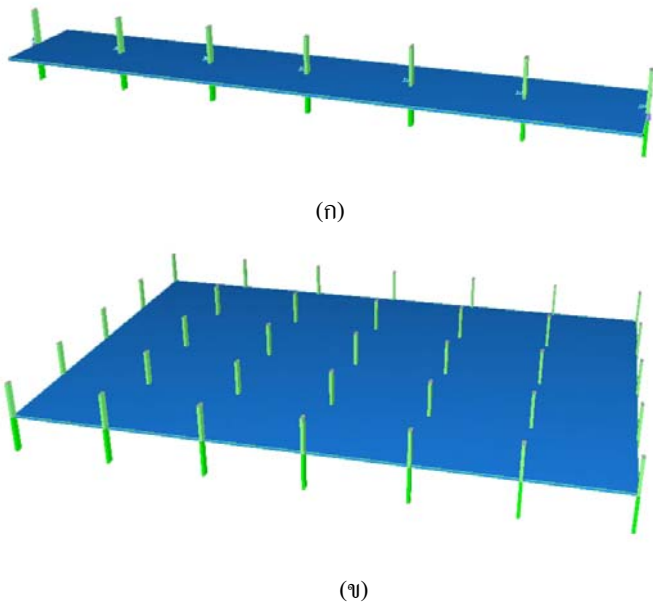
2.3 การกระทำทูลิยุมิสำหรับโครงสร้างที่ไม่ใช่โครงสร้างลักษณะเหมือนคาน

จะเห็นได้ว่าในโครงสร้างลักษณะเหมือนคาน (Beam-like Structures) ซึ่งมีการสมมุติว่าโครงสร้างดังกล่าวเป็นแนวเส้นตรงหน้าตัดของโครงสร้างสมมาตรรอบหนึ่งแกน (แกนคิง) และจุดศูนย์กลางของลวดอัดแรง ไม่เอียงไปจากแกนที่สมมาตรของหน้าตัดนั้น ผลของการกระทำทูลิยุมิจะทำให้เกิดเฉพาะโมเมนต์และแรงเฉือนเท่านั้น แต่หากเงื่อนไขของโครงสร้างไม่ได้ตามข้อสมมุติฐานข้างต้น วิศวกรจึงจำเป็นต้องพิจารณาผลของการกระทำทูลิยุมิท้นนอกเหนือไปจากโมเมนต์และแรงเฉือน หากมีการคำนวณผลของการกระทำทูลิยุมิ ในรูปแบบสามมิติด้วยแล้ว ผลดังกล่าวจะทำให้เกิดแรงภายในอื่น ๆ ด้วย อันได้แก่ In-plane Shear, Axial Force, Torsion, Diaphragm Bending และ Twisting

อีกหนึ่งประเด็นที่มักจะถูกละเลย คือผลของแรงดึงที่เกิดจากการกระทำทูลิยุมิ ซึ่งในโครงสร้างส่วนใหญ่แรงอัดจากลวดอัดแรงในชิ้นส่วนคอนกรีตอัดแรงจะส่งถ่ายไปยังจตุรรองรับ ซึ่งแรงปฏิกิริยาส่วนดังกล่าว ไม่อาจจะถูกตัดออกไปจากการพิจารณาได้ หากมีนัยสำคัญ

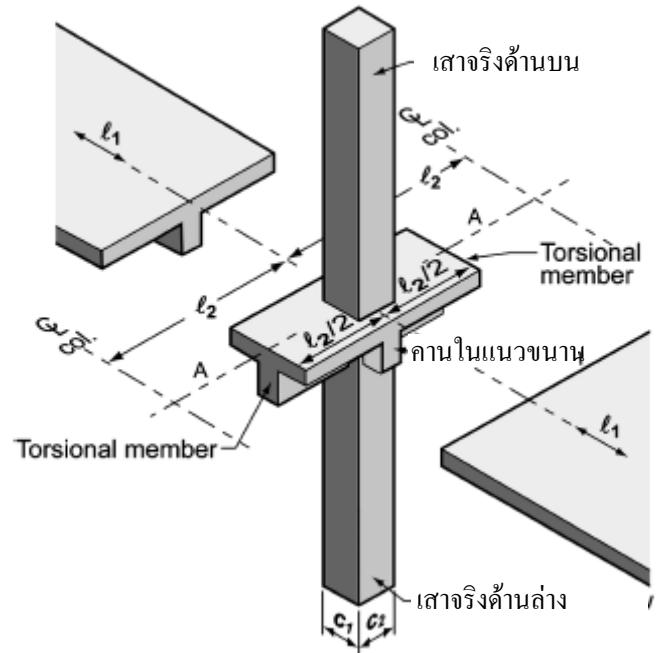
3. ขั้นตอนการเปรียบเทียบ

เนื่องจากการศึกษานี้ เป็นการเปรียบเทียบผลของการวิเคราะห์จากวิธีโครงข้อแข็งเสมือน (Equivalent Frame Method) แบบสองมิติ กับ วิธีไฟไนท์อิลิเมนต์แบบแผ่น (Plate Element) แบบสามมิติ ซึ่งในตอนแรกผู้แต่งได้ทดลองใช้โปรแกรม Adapt PT Version 7.1 [2] สำหรับวิเคราะห์ด้วยวิธีโครงข้อแข็งเสมือน แต่เนื่องจากโปรแกรมหดงกล่าว ไม่ได้แสดงผลคำตอบของการกระทำทุกขุมิตต่ออย่างใด ผู้แต่งจึงเปลี่ยนไปใช้โปรแกรม RAM Concept 2.1 [4] ซึ่งเป็นการวิเคราะห์ไฟไนท์อิลิเมนต์แบบแผ่นสามมิติเต็มรูปแบบ ดังนั้นผู้แต่งจึงต้องสร้างโครงสร้างแบบสองมิติขึ้นมาในโปรแกรมสามมิติ ภาพที่ 2(ก) และ 2(ข) แสดงแบบจำลองที่ถูกสร้างขึ้นในโปรแกรม RAM Concept [4] ที่ใช้ในกรณีวิเคราะห์ทั้งแบบสองมิติและสามมิติตามลำดับ



ภาพที่ 2 รูปร่างของแบบจำลองโครงข้อแข็งเสมือนสองมิติ และไฟไนท์อิลิเมนต์แบบแผ่นสามมิติ ที่ถูกสร้างขึ้นมาในโปรแกรม RAM Concept [4]

จากวิธีโครงข้อแข็งเสมือนหัวข้อ 13.7 ในมาตรฐาน ACI318-08 [1] ซึ่งแนะนำให้พิจารณาถึงความแข็งอันเป็นผลของการบิดของพื้น (บางส่วน) ในแถบที่ตั้งฉากกับแนวของโครงข้อแข็งที่กำลังพิจารณา ดังแสดงในภาพที่ 3 ซึ่งความแข็ง (Stiffness) ของ Torsional Member ดังกล่าวได้ถูกกำหนดไว้ในหัวข้อ 13.7.5 ในมาตรฐาน ACI318-08 [1] ดังในสมการที่ (4)



ภาพที่ 3 รายละเอียดของชิ้นส่วนต่าง ๆ ที่พิจารณาในโครงข้อแข็งเสมือน ในมาตรฐาน ACI318-08 [1]

$$K_t = \sum \frac{9E_{cs} C}{l_2 \left(1 - \frac{c_2}{l_2}\right)^3} \quad (4)$$

เมื่อ

K_t = Stiffness ของ Torsional Member (lb-in/rad)

E_{cs} = Modulus of Elasticity of slab concrete (psi)

C = Cross Sectional Constant คำนวณจากสมการที่ (2)

l_2 = ความยาว Span ในทิศทางที่ตั้งฉากกับทิศทางของ Strip ที่กำลังพิจารณา (in)

c_2 = ขนาดของเสาน้ำตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า หรือที่ถูกแปลงมาเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งวัดทิศทางที่ตั้งฉากกับ Strip ที่กำลังพิจารณา (in)

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y}\right) \frac{x^3 y}{3} \quad (5)$$

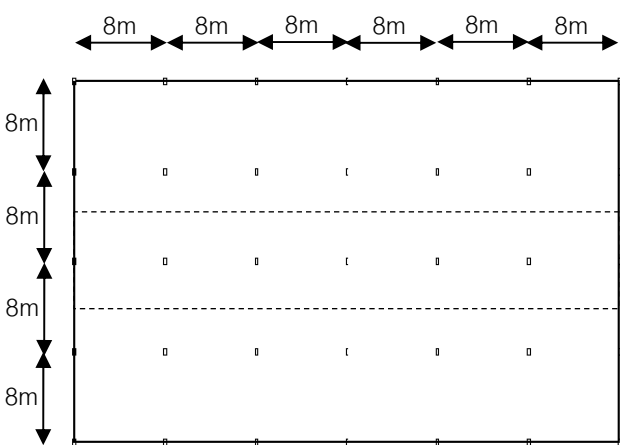
เมื่อ

x = ขนาดของหน้าตัดทั้งหมดในด้านที่สั้นกว่า (in)

y = ขนาดของหน้าตัดทั้งหมดในด้านที่ยาวกว่า (in)

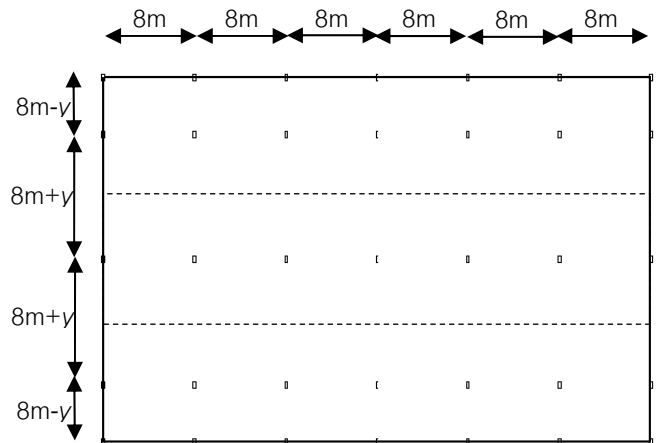
ในแบบจำลองการวิเคราะห์แบบสองมิติผู้แต่งได้คำนวณค่าของ Torsional Stiffness หรือ K_t แยกต่างหาก (โดยใช้โปรแกรม Excel) จากนั้นจึงได้เพิ่ม Spring เข้าไปตรงจุดต่อระหว่างเสาและพื้น ซึ่งค่าของ K_t สำหรับแต่ละกรณีศึกษาอาจมีค่าที่แตกต่างกันไปเนื่องจากตำแหน่งของการจัดวางเสาที่แตกต่างกัน ข้อควรระวังอีกอย่างหนึ่งคือสูตรในสมการที่ (4) และ (5) เป็นหน่วยอังกฤษคือปอนด์และนิ้ว ซึ่งเป็นผลมาจากการสอบเทียบกับการวิเคราะห์แบบสามมิติ [8]

ผู้แต่งได้ปรับเปลี่ยนตำแหน่งของเสาในอาคาร จากกรณีควบคุม (Control Case) ดังแสดงในภาพที่ 4 ซึ่งเป็นพื้นไร้คานคอนกรีตอัดแรงหนา 20 ซม เสากว้าง 20 ซม ลึก 60 ซม ยาว 3 เมตร ทั้งบนและล่าง ได้ถูกจัดเรียงในแนวเส้นตรงทั้งสองแนวที่เป็นมุมฉากกันและมีระยะจากเสาดังเสา (span) คงที่คือ 8 เมตร (ใช้ระยะ span สูงสุดแนะนำโดย Aalami [6]) เสาทั้งบนและล่างสูง 3 เมตร เสาและพื้นใช้คอนกรีตกำลังอัดประลัย $f'_c = 35Mpa$ (357ksc) ถูกอัดแรงด้วยลวดอัดแรงขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง $\frac{1}{2}$ นิ้ว ที่มี $f_{pu} = 270ksi$ จำนวนเฉลี่ย 17 เส้นต่อความกว้างของแถบ 8 เมตร หากมีการเปลี่ยนแปลงความกว้างแถบในกรณีศึกษาต่าง ๆ ให้รักษาค่าเฉลี่ยของจำนวนเส้นลวดอัดแรงต่อความกว้างเอาไว้ให้คงที่ตลอดแผ่นพื้น (หากมีเศษของจำนวนเส้นก็ไม่ต้องปัดเป็นจำนวนเต็ม เช่นแถบริมบนและล่างของแปลนในกรณีควบคุมใช้จำนวนลวดอัดแรง 8.5 เส้น) แถบของการออกแบบ (Design Strip) เป็นแถบที่วางอยู่ในทิศซ้าย-ขวาของแปลน ซึ่งขอบเขตของแถวดังกล่าวได้แสดงไว้เป็นเส้นประในภาพที่ 5

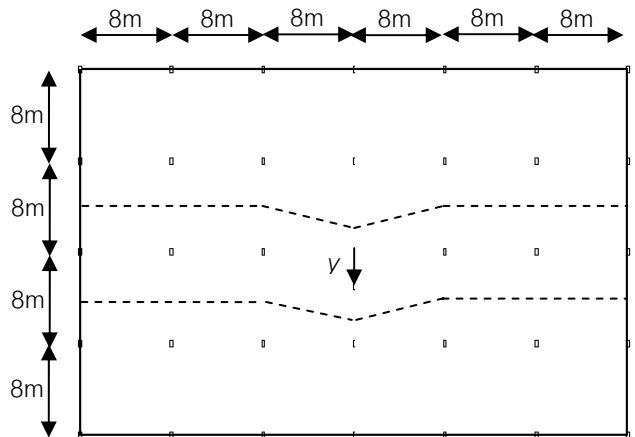


ภาพที่ 4 แผนผังแสดงการจัดตำแหน่งเสากรณีควบคุม

จากนั้นได้กำหนดลักษณะการจัดวางของตำแหน่งเสาให้ผิดเพี้ยนไปจากกรณีควบคุมทั้งหมด 6 ลักษณะ (กรณี A ถึงกรณี F) ดังแสดงในภาพที่ 5 ถึงภาพที่ 10 โดยในแต่ละกรณีให้มีการแปรเปลี่ยนของตำแหน่งเสาใดเสาหนึ่ง หรือของเสาในแถวข้างเคียงทั้งแนว ซึ่งระยะที่แปรเปลี่ยนค่า y หรือ x (ขึ้นอยู่กับกรณี) ตั้งแต่ 1 ถึง 6 เมตร โดยมีการเปลี่ยนแปลงครั้งละ 2 เมตร โดยกำหนดเรียกชื่อเป็นกรณีย่อยเช่นสำหรับกรณี A ได้ถูกแบ่งเป็นกรณีย่อย A2 A4 และ A6 หมายถึงมีการแปรเปลี่ยนค่า y เป็น 2, 4 และ 6 เมตรตามลำดับ



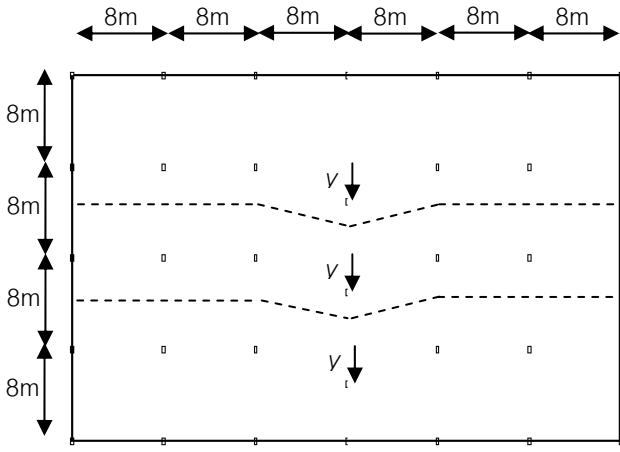
ภาพที่ 5 แผนผังแสดงการจัดตำแหน่งเสากรณี A



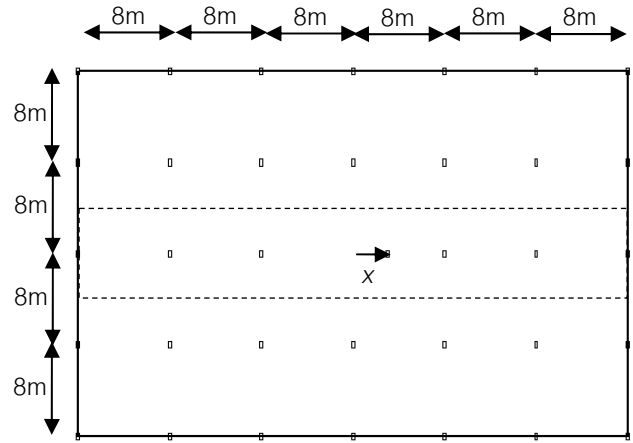
ภาพที่ 6 แผนผังแสดงการจัดตำแหน่งเสากรณี B

4. ผลการวิเคราะห์และอภิปราย

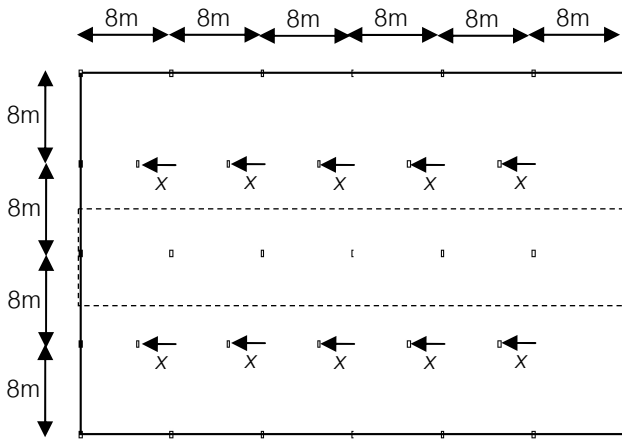
ค่าของโมเมนต์ทูลิยามุมุมิ ที่ได้จากวิธีโครงสร้างข้อแข็งเสมือนสองมิติ และวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์สามมิติ สำหรับในแต่ละกรณีได้ถูกนำเสนอในรูปแบบของกราฟและได้อภิปรายไว้ดังต่อไปนี้



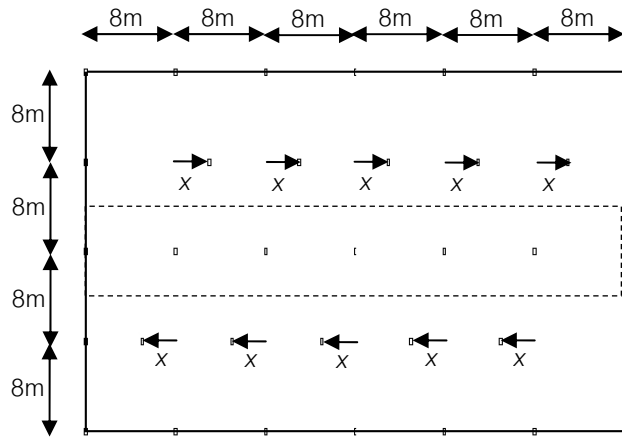
ภาพที่ 7 แผนผังแสดงการจัดตำแหน่งเสากรณี C



ภาพที่ 10 แผนผังแสดงการจัดตำแหน่งเสากรณี F

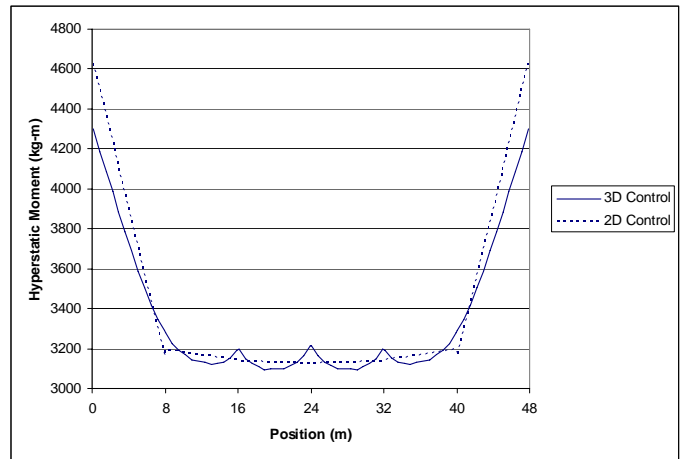


ภาพที่ 8 แผนผังแสดงการจัดตำแหน่งเสากรณี D



ภาพที่ 9 แผนผังแสดงการจัดตำแหน่งเสากรณี E

ของลวดอัดแรง จะทำให้แผ่นในช่วงกึ่งกลางโก่งตัวขึ้นอย่างไม่อิสระ เนื่องจากเสาในแถบข้างเคียง (ในตัวอย่างนี้หมายถึงแถบบ้านบนและล่างของแปลน) ที่อยู่ตรงกันกับเสาแถบที่พิจารณาถูกยึดไว้ อย่งไรก็ตาม เมื่อเปรียบเทียบค่าของโมเมนต์ทูลยภูมิจากวิธีทั้งสอง จะมีค่าเกาะกลุ่มกันตลอดความยาวของแถบของการออกแบบ (Design Strip) (หมายถึงค่าที่ได้จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ มีค่าสูงหรือต่ำกว่าวิธี โครงข้อแข็งเสมือนสลัดกับไปซึ่งขึ้นอยู่กับตำแหน่งที่ต่างกันตลอดความยาวของแถบ)

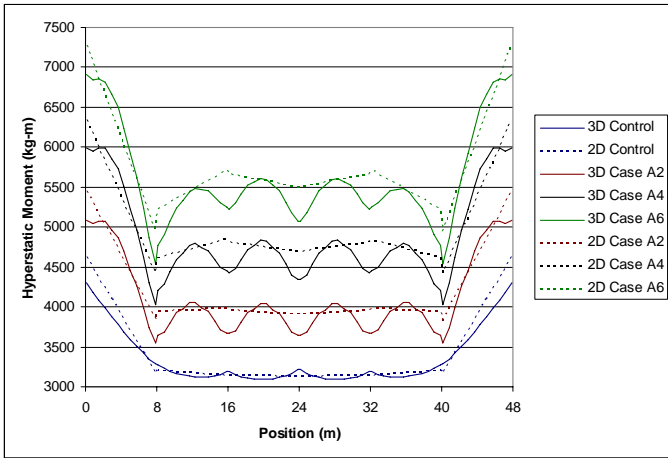


ภาพที่ 11 กราฟแสดงโมเมนต์ทูลยภูมิตลอดความยาวของแถบของการออกแบบ เปรียบเทียบระหว่างการวิเคราะห์ที่ได้จากวิธี โครงข้อแข็งเสมือนสองมิติ และวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบแผ่นสามมิติ สำหรับกรณีควบคุม

เริ่มตั้งแต่กรณีควบคุมก่อน ซึ่งจากภาพที่ 11 เป็นการเปรียบเทียบผลของโมเมนต์ทูลยภูมิ ที่วิเคราะห์ด้วยวิธี โครงข้อแข็งเสมือน (แสดงเป็นเส้นประ) กับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (แสดงเป็นเส้นทึบ) จะเห็นได้ว่ากราฟโมเมนต์ทูลยภูมิจากวิธี โครงข้อแข็งเสมือนจะมีลักษณะใกล้เคียงกับเส้นตรง เนื่องจากผลของแรงลวดอัดแรง จะทำให้แผ่นพื้นในช่วงกึ่งกลางโก่งตัวขึ้นอย่างไม่อิสระ ซึ่งแตกต่างจากกราฟโมเมนต์ทูลยภูมิจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ผล

กรณี A เป็นการทดลองขยายความกว้างของแถบของการออกแบบ ซึ่งขยายเป็นระยะ y ทั้งสองด้านที่ตั้งฉากกับแถบของการออกแบบ ซึ่งการแปรเปลี่ยนดังกล่าวจะทำให้ความแข็งของพื้นเมื่อเทียบกับเสาเปลี่ยนไปจากเดิม รวมทั้งเป็นการเพิ่มพื้นที่รับ

น้ำหนักของแถบของการออกแบบขึ้นอีกด้วย ค่าโมเมนต์ทศนิยมดังกล่าวได้แสดงไว้ในภาพที่ 12

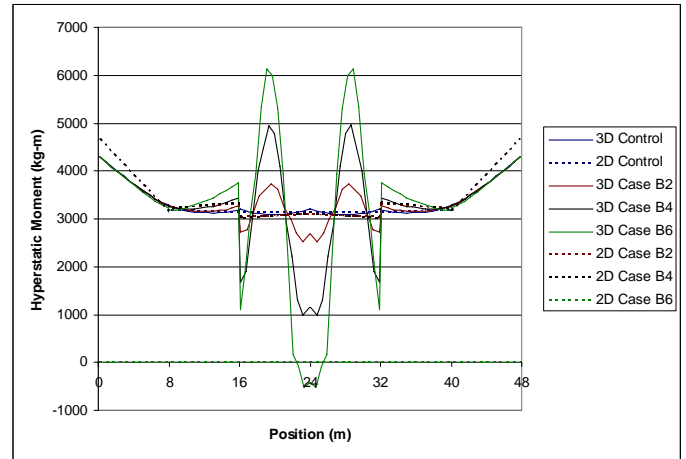


ภาพที่ 12 กราฟแสดงโมเมนต์ทศนิยมตลอดความยาวของแถบของการออกแบบ เปรียบเทียบระหว่างการวิเคราะห์ที่ได้จากวิธีโครงสร้างข้อแข็งเสมือนสองมิติ และวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบแผ่นสามมิติ สำหรับกรณีควบคุมและกรณีศึกษา A2 ถึง A6

จากภาพที่ 12 เมื่อพิจารณาผลของการขยายความกว้างแถบของการออกแบบ จะเห็นได้ว่า ถ้าเปรียบเทียบรูปร่างของเส้นกราฟที่ได้จากทั้งสองวิธี จะมีข้อแตกต่างกันในทำนองเดียวกับของกรณีควบคุม คือกราฟของโมเมนต์ทศนิยมที่ได้จากวิธีโครงสร้างข้อแข็งเสมือนสองมิติจะมีลักษณะคล้ายเส้นตรง แต่ที่ได้จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามมิติ จะเป็นเส้นโค้งเนื่องจากการยึดรั้งของเสาในแถบด้านบนและล่างของแปลน ที่อยู่ข้างแถบที่กำลังพิจารณา เมื่อเปรียบเทียบค่าของโมเมนต์ทศนิยมทั้งสองวิธีระหว่างกรณีควบคุม และกรณี A2 A4 และ A6 จะเห็นได้ว่าค่าของโมเมนต์ทศนิยมกรณีควบคุมจะมีค่าน้อยที่สุด และในกรณี A2 A4 A6 จะมีค่าเพิ่มขึ้นตามลำดับ ทั้งนี้เพราะว่าแถบที่พิจารณามีความกว้างมากขึ้น และค่าโมเมนต์ที่เปรียบเทียบเป็นค่าของโมเมนต์ทั้งแถบนั่นเอง

กรณี B เป็นการทดลองขยับตำแหน่งของเสาตรงกึ่งกลางในแถบของการออกแบบลงมาทางทิศด้านล่างของแปลน เป็นระยะ y เมตร ซึ่งการแปรเปลี่ยนดังกล่าวจะไม่มีผลทำให้พื้นรับน้ำหนักของแถบของการออกแบบเปลี่ยนแปลง แต่จะทำให้ระยะ span ที่อยู่ติดกับเสาตรงกึ่งกลางมีความยาวเปลี่ยนไปตามสูตร $\sqrt{8^2 + y^2}$ เมตร อีกทั้งจะมีผลต่อความยาว Span ในทิศทางที่ตั้งฉากกับแถบที่กำลังพิจารณาหรือ L_2 ในสมการที่ (1) (ระยะ L_2

ของ span ด้านบน $L_2 = 8 + y$ เมตร ส่วนของ span ด้านล่าง $L_2 = 8 - y$ เมตร) ซึ่งมีผลต่อ Torsional Stiffness, K_t สำหรับวิธีโครงสร้างข้อแข็งเสมือนอีกด้วย กราฟเปรียบเทียบกรณี B ได้แสดงในภาพที่ 13

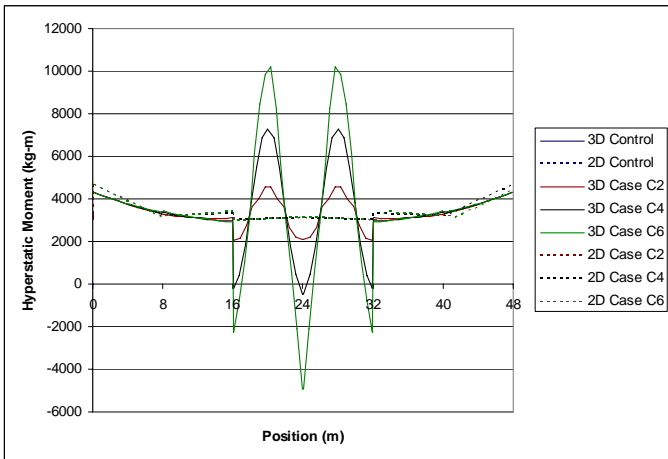


ภาพที่ 13 กราฟแสดงโมเมนต์ทศนิยมตลอดความยาวของแถบของการออกแบบ เปรียบเทียบระหว่างการวิเคราะห์ที่ได้จากวิธีโครงสร้างข้อแข็งเสมือนสองมิติ และวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบแผ่นสามมิติ สำหรับกรณีควบคุมและกรณีศึกษา B2 ถึง B6

จากภาพที่ 13 จะเห็นได้ว่า โมเมนต์ทศนิยมที่ได้จากวิธีโครงสร้างข้อแข็งเสมือนสองมิติแตกต่างจาก วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามมิติไปมากโดยเฉพาะตรงบริเวณ Span กลาง โดยจะสังเกตเห็นได้ว่า โมเมนต์ทศนิยมที่ได้จากวิธีโครงสร้างข้อแข็งเสมือนสองมิติ จะไม่แกว่งเหมือนกับที่ได้จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามมิติ เหตุที่เป็นเช่นนี้คือที่ span กลาง มีการย้ายตำแหน่งของเสาไปในทิศทางด้านล่างของแปลน ทำให้แนวของแถบที่พิจารณามิได้ไปจากแนวเส้นตรงเดิม ดังนั้นหากวิเคราะห์แถบที่พิจารณาดังกล่าว โดยวิธีโครงสร้างข้อแข็งเสมือนสองมิติ จะเป็นการละเลยผลของการบิดตัวไป ทำให้โมเมนต์ทศนิยมที่ได้ไม่มีการแกว่ง แต่หากวิเคราะห์แผ่นพื้นนี้ด้วยวิธีสามมิติ จะเกิดโมเมนต์ทศนิยมในทิศทางอื่นขึ้นด้วยเช่น Torsion และ Twisting ถึงแม้ว่าในการวิเคราะห์แบบโครงสร้างข้อแข็งเสมือนสองมิติ การย้ายตำแหน่งของเสาไปในทิศทางด้านล่างของแปลน จะมีผลต่อความยาว span ในทิศทางตั้งฉาก L_2 ซึ่งมีผลต่อ Torsional Stiffness K_t ก็ตาม

กรณี C เป็นการทดลองขยับตำแหน่งของเสาตรงกึ่งกลางทั้งในแถบของการออกแบบ และแถบที่ใกล้เคียงลงมาทางทิศด้านล่างของแปลนเป็นระยะ y เมตร ซึ่งการแปรเปลี่ยนดังกล่าว

จะทำให้ระยะ span ที่อยู่ติดกับเสาตรงกึ่งกลางมีความยาวเปลี่ยนไปตามสูตร $\sqrt{8^2 + y^2}$ เมตร แต่จะไม่ทำให้ความยาว Span ในทิศทางที่ตั้งฉากกับแถบที่กำลังพิจารณาหรือ l_2 เปลี่ยนแปลงแต่อย่างใด ทั้งนี้เนื่องจากเสาข้างเคียงที่อยู่ในตำแหน่งบนและล่างของเสาตรงกึ่งกลางของแถบที่พิจารณา ได้ถูกขยับลงมาในระยะที่เท่ากัน กราฟเปรียบเทียบกรณี C ได้แสดงในภาพที่ 14

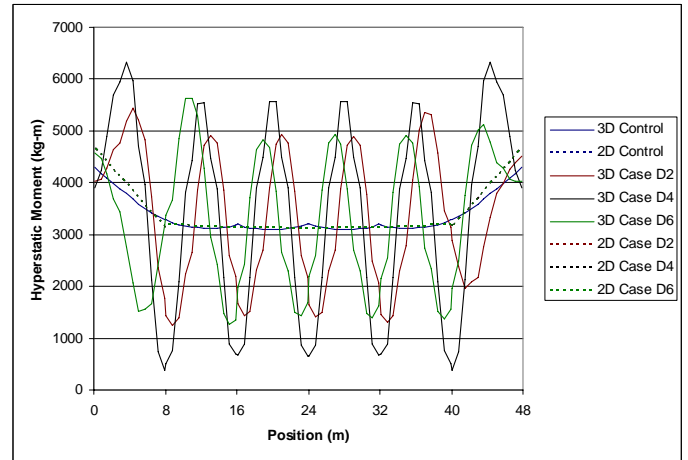


ภาพที่ 14 กราฟแสดงโมเมนต์ทุดิยภูมิตลอดความยาวของแถบของการออกแบบ เปรียบเทียบระหว่างการวิเคราะห์ที่ได้จากวิธีโครงสร้างเชิงเสมือนสองมิติ และวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบแผ่นสามมิติ สำหรับกรณีควบคุมและกรณีศึกษา C2 ถึง C6

จากภาพที่ 14 จะเห็นได้ว่าผลของโมเมนต์ทุดิยภูมิสำหรับกรณี C นี้จะคล้าย ๆ กับกรณี B ในภาพที่ 12 แต่โมเมนต์ทุดิยภูมิการวิเคราะห์ที่ได้จากวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์สามมิติ มีทิศทางของการแกว่งที่มากกว่ากรณี B เช่นกรณี C6 มาค่าโมเมนต์ทุดิยภูมิสูงสุด $10,210 \text{ kg} \cdot \text{m}$ ในขณะที่กรณี B6 มาค่าโมเมนต์ทุดิยภูมิสูงสุด $6,122 \text{ kg} \cdot \text{m}$ ทั้งนี้เนื่องจากแนวของเสาในแถบบนและล่างของแถบที่พิจารณามีการบิดลงมาด้วย ทำให้เกิดการบิดตัวของแถบที่พิจารณาในปริมาณที่มากกว่าในกรณี B

กรณี D เป็นการทดลองขยับตำแหน่งของเสาทั้งหมดในแถบที่อยู่บนและล่างของแถบที่พิจารณา ไปทางด้านซ้ายของแปลนเป็นระยะ x เมตร ซึ่งการแปรเปลี่ยนดังกล่าวจะไม่ทำให้ระยะ span ในแถบที่พิจารณาเปลี่ยนแปลงแต่อย่างใด แต่จะทำให้ระยะ span ในทิศทางตั้งฉาก $l_2 = \sqrt{8^2 + x^2}$ เมตร ที่เชื่อมกับเสาทุกเสาในแถบที่พิจารณา ยกเว้นเสาแรกและเสาสุดท้าย ซึ่งมีผลต่อ

Torsional Stiffness K_t ที่เชื่อมอยู่กับเสาดังกล่าว กราฟเปรียบเทียบกรณี D ได้แสดงในภาพที่ 15

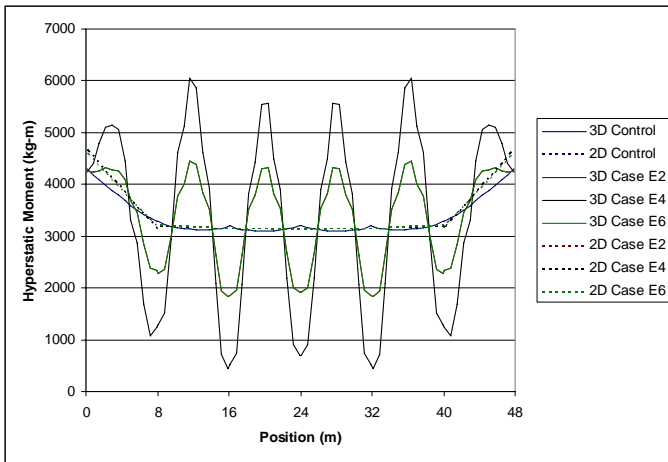


ภาพที่ 15 กราฟแสดงโมเมนต์ทุดิยภูมิตลอดความยาวของแถบของการออกแบบ เปรียบเทียบระหว่างการวิเคราะห์ที่ได้จากวิธีโครงสร้างเชิงเสมือนสองมิติ และวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบแผ่นสามมิติ สำหรับกรณีควบคุมและกรณีศึกษา D2 ถึง D6

จากภาพที่ 15 ผลของโมเมนต์ทุดิยภูมิสำหรับกรณี D นี้จะคล้าย ๆ กับกรณี B และกรณี C แต่เนื่องจากเสาทั้งหมดในแถบที่อยู่บนและล่างของแถบที่พิจารณาถูกขยับทั้งแนว ยกเว้นเสาแรกและเสาสุดท้าย ดังนั้นการแกว่งของค่าโมเมนต์ทุดิยภูมิจึงเกิดขึ้นตลอดในทุก ๆ Span ของแถบที่พิจารณา หากเปรียบเทียบการแกว่งระหว่างกรณี B และกรณี D จะมีทิศทางที่ใกล้เคียงกันเช่นกรณี B6 มีค่าโมเมนต์ทุดิยภูมิสูงสุดที่ Span ที่สอง $6,122 \text{ kg} \cdot \text{m}$ ในขณะที่กรณี D6 มีค่าโมเมนต์ทุดิยภูมิสูงสุดที่ตำแหน่งเดียวกัน $5,623 \text{ kg} \cdot \text{m}$

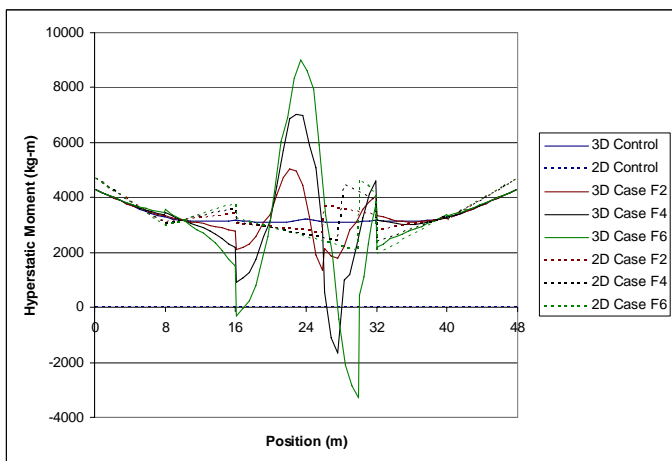
กรณี E เป็นการทดลองขยับตำแหน่งของเสาทั้งหมดในแถบที่อยู่ด้านบนของแถบที่พิจารณาไปด้านขวาเป็นระยะ x เมตร และขยับตำแหน่งของเสาทั้งหมด ในแถบที่อยู่ด้านล่างของแถบที่พิจารณาไปด้านซ้ายเป็นระยะ x เมตรเช่นกัน (ยกเว้นเสาแรกและเสาสุดท้ายเหมือนเดิม) ซึ่งจะทำให้ระยะ Span ในทิศทางตั้งฉาก l_2 เปลี่ยนแปลงในลักษณะเดียวกับกรณี D และระยะ Span ก็ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเช่นเดียวกัน กราฟเปรียบเทียบกรณี E ได้แสดงในภาพที่ 16

จากภาพที่ 16 แนวโน้มของเส้นกราฟของวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์สามมิติในกรณี E คล้ายกับกรณี D ในภาพที่ 15 แต่จะสังเกตเห็นว่ากราฟของกรณี E2 และกรณี E6 เส้นแทบจะทับซ้อนกันทั้งนี้



ภาพที่ 16 กราฟแสดงโมเมนต์ทุดิยุมิตตลอดความยาวของแถบของการ ออกแบบ เปรียบเทียบระหว่างการวิเคราะห์ที่ได้จากวิธีโครงสร้างสองมิติ และวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบสามมิติ สำหรับกรณีควบคุมและ กรณีศึกษา E2 ถึง E6

เพราะว่าการจัดเรียงตำแหน่งของเสาทั้งสองกรณี เกือบจะเหมือนกันเลยสุดท้ายคือกรณี F เป็นการทดลองขยับตำแหน่งของเสา ตรงกึ่งกลางในแถบที่พิจารณาไปด้านขวาเป็นระยะ x เมตร ซึ่ง การแปรเปลี่ยนดังกล่าวจะทำให้ระยะ Span ที่อยู่ทางซ้ายและขวา ของเสาของตรงกึ่งกลางเพิ่มขึ้นและลดลง x เมตรตามลำดับ และจะทำให้ระยะ Span ในแนวตั้งฉากเฉพาะตรงเสาด้านกลาง $L_2 = \sqrt{8^2 + x^2}$ กราฟเปรียบเทียบกรณี F ได้แสดงในภาพที่ 17



ภาพที่ 17 กราฟแสดงโมเมนต์ทุดิยุมิตตลอดความยาวของแถบของการ ออกแบบ เปรียบเทียบระหว่างการวิเคราะห์ที่ได้จากวิธีโครงสร้างสองมิติ และวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบสามมิติ สำหรับกรณีควบคุมและ กรณีศึกษา F2 ถึง F6

จากภาพที่ 17 เห็นได้ว่าการแกว่งของค่าโมเมนต์ทุดิยุมิตมี ลักษณะคล้ายกับกรณี C ในภาพที่ 14 แต่สำหรับกรณี F นี้ จะมี

ลักษณะที่ไม่สมมาตรเหมือนกับกรณี C เนื่องจากระยะ span ทาง ด้านซ้ายและขวาของเสากลางไม่เท่ากันนั่นเอง

5. สรุป

จากผลของการเปรียบเทียบค่าโมเมนต์ทุดิยุมิต (Secondary or Hyperstatic Moment) ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ตลอดแนวของแถบที่ พิจารณา ระหว่างการวิเคราะห์ที่ได้จากวิธีโครงสร้างสองมิติ กับวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์สามมิติ สำหรับกรณีศึกษาทั้งหมด 5 กรณี ซึ่งเป็นการแปรเปลี่ยนตำแหน่งของเสาในลักษณะต่าง ๆ กัน จะเห็นได้ว่าสำหรับทุกกรณีการศึกษาค่าโมเมนต์ทุดิยุมิตที่ได้ จากทั้งสองวิธีจะมีค่าแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ (เช่นกรณี C6 ค่าโมเมนต์ทุดิยุมิตที่ตำแหน่งเดียวกันต่างกันสูงสุดถึง 108%) เหตุผลส่วนใหญ่เกิดมาจากการละเอียดที่ไม่พิจารณาผลของการบิด ตัวในแถบที่พิจารณา ในขณะที่แถบดังกล่าวมีลักษณะไม่ สมมาตรตามแนวแกน

ดังนั้นการออกแบบแผ่นพื้นไร้คานคอนกรีตอัดแรง ในกรณี ที่ การจัดเรียงของเสาไม่อยู่ในแนวที่ตั้งฉากกัน หากเป็นไปได้จึง ควรใช้วิธีไฟไนท์อีลิเมนต์สามมิติ มากกว่าวิธีโครงสร้างสอง มิติ เนื่องจากจะทำให้คำตอบของโมเมนต์ทุดิยุมิต และค่าของแรง อื่น ๆ ที่อาจเกิดขึ้น ซึ่งจะต้องเป็นการวิเคราะห์แบบสามมิติ เท่านั้นจึงจะได้คำตอบ แต่สำหรับกรณีการจัดเรียงของเสาอยู่ใน แนวที่ตั้งฉากกัน วิธีโครงสร้างสองมิติจะให้คำตอบใกล้เคียง กับวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์สามมิติ (เช่นกรณี A6 ค่าโมเมนต์ทุดิยุมิต ที่ตำแหน่งเดียวกันต่างกันสูงสุด 8.2%) ซึ่งอาจพอจะอนุโลมให้ ใช้ในการออกแบบได้บางกรณี

อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์ผลของการกระทำทุดิยุมิตนี้ จะมี ผลทั้งการออกแบบในขั้นตรวจสอบหน่วยแรงใช้งาน (Working Stress Limit State) และในขั้นตรวจสอบความสามารถในการรับ แรง (Strength Limit State) เพราะว่าผลของการกระทำทุดิยุมิตนี้ เกี่ยวเนื่องอยู่ในพฤติกรรมของโครงสร้างทั้งหมด แต่เนื่องจากผล ของโมเมนต์ทุดิยุมิต ได้ถูกกล่าวถึงไว้ในมาตรฐานการออกแบบ ทั้งใน ACI318 และ AASHTO ในเชิงของตรวจสอบ ความสามารถในการรับแรงเท่านั้น เนื่องจากมาตรฐานทั้งสองได้ กำหนดให้ Load Factor ของโมเมนต์ทุดิยุมิตให้แตกต่างไปจาก ผลของน้ำหนักบรรทุกประเภทอื่น ๆ ดังนั้นอาจเป็นการชี้แนะให้ วิศวกรเข้าใจผิดว่าผลของการกระทำทุดิยุมิตไม่เกี่ยวข้องอะไรกับการ

ตรวจสอบหน่วยแรงใช้งาน และอาจถูกละเลยไป ซึ่งเป็นข้อควรระวังอย่างยิ่ง เนื่องจากผลดังกล่าวมีนัยสำคัญต่อ โครงสร้าง โดยเฉพาะในกรณีการจัดเรียงของเสาไม่อยู่ในแนวที่ตั้งฉากกัน

6. บรรณานุกรม

- [1] ACI Committee 318, 2008. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI318-08) and Commentary (ACI318R-08). Farmington Hill, Michigan : American Concrete Institute.
- [2] ADAPT Corporation, โปรแกรม Adapt PT Version 7.1.
- [3] ADAPT Corporation, โปรแกรม Adapt Floor Pro 2.1.
- [4] RAM International, โปรแกรม RAM Concept Version 2.1.
- [5] ฉัตร สุจินดา, 2551. การเปรียบเทียบผลการออกแบบพื้น ไร้คาน คอนกรีตอัดแรงด้วยวิธี โครงข้อแข็งเสมือนสองมิติและวิธีไฟไนต์ลิเมนต์แบบแผ่นสามมิติ. การประชุมทางวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 13. โรงแรมจอมเทียน ปาล์ม บีช, พัทยา.
- [6] Allan B., 2004. Complete Secondary (Hyperstatic) Effects, PTI Journal, V. 1, No. 3 pp. 53-64.
- [7] AASHTO, 2008 LRFD Bridge Design Specifications Customary U.S. Units, 4th Edition, Interim Revisions.
- [8] Corley, W.G. and Jirsa, J.O., 1970. Equivalent Frame Analysis of Slab Designs, ACI Journal Proceedings V. 67, No. 11, pp. 875-884.
- [9] Aalami, B. O., 1989. Design of Post-Tensioned Floor Slabs, June: 59-61.