บทที่ 2

เสถียรภาพสัญญาณขนาดเล็ก

เสถียรภาพพลวัต (dynamic stability) หมายถึง ความสามารถของระบบไฟฟ้ากำลังที่จะรักษาภาวะซิงโครไนซ์ เมื่อมีการรบกวนขนาดเล็กในระบบไฟฟ้า เช่น เกิดการเปลี่ยนแปลงที่มีขนาดเล็กของกำลังการผลิตไฟฟ้าและความต้องการกำลังไฟฟ้าของโหลด ถ้าระบบไม่สามารถรักษาภาวะซิงโครไนซ์ไว้ได้ จะส่งผลให้ระบบสูญเสียเสถียรภาพ อาจเรียกเสถียรภาพชนิดนี้ว่าเสถียรภาพสัญญาณขนาดเล็ก(small signal stability)(Kundur, 1994, pp. 699-712)

2.1 พื้นฐานของเสถียรภาพสัญญาณขนาดเล็ก (small signal stability)

พฤติกรรมของระบบพลวัต เช่น ในระบบไฟฟ้ากำลัง สามารถอธิบายในรูปของสมการสถานะ(State Equations) หรือ แสดงในปริภูมิสเตท (State-space) ด้วยเวกเตอร์ขนาด n มิติ ของสมการอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งแบบไม่เป็นเชิงเส้น (n -First Order Nonlinear Differential Equations) ตามสมการที่ (2.1) และ (2.2) ดังนี้

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{u}) \tag{2.1}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x},\mathbf{u}) \tag{2.2}$$

เมื่อ

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \qquad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} \qquad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} \qquad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_n \end{bmatrix}$$

โดยที่

$\mathbf{x}$ คือ เวคเตอร์ตัวแปรสถานะ (State Variable Vector)

$\mathbf{u}$ คือ เวคเตอร์สัญญาณเข้า (Input Vector)

$\mathbf{f},\mathbf{g}$ คือ เวคเตอร์ฟังก์ชัน (Function Vector)

$\mathbf{y}$ คือ เวคเตอร์สัญญาณออก (Output Vector)

$\dot{\mathbf{x}}$ คือ อนุพันธ์เทียบกับเวลาของเวคเตอร์ตัวแปรสถานะ

การศึกษาเสถียรภาพพลวัตของระบบไฟฟ้ากำลัง เมื่อพิจารณาให้สภาวะที่ถูกรบกวนที่เกิดขึ้นเป็นสัญญาณขนาดเล็ก จะวิเคราะห์เสถียรภาพสัญญาณขนาดเล็ก วิธีที่ใช้สำหรับวิเคราะห์เพื่อได้สมการอยู่ในรูปที่ง่ายขึ้นคือ การประมาณค่าในระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นให้เป็นระบบเชิงเส้น เรียกวิธีนี้ว่า การประมาณระบบให้เป็นระบบเชิงเส้น (Linearization)

2.2 การประมาณระบบให้เป็นเชิงเส้น

ในจุดสมดุล (Equilibrium Point) ของระบบสมการสถานะ (State Equation) จะใช้ตามสมการที่ (2.3) อธิบายวิธีการทำให้เป็นสมการเชิงเส้น ดังนี้

$$\dot{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) = 0 \tag{2.3}$$

โดยที่

$\mathbf{x}_0$ คือ เวคเตอร์ของตัวแปรสถานะ(State Variable Vector) ที่จุดสมดุล

$\mathbf{u}_0$ คือ เวคเตอร์ของสัญญาณเข้าที่จุดสมดุล

เมื่อมีสัญญาณขนาดเล็กรบกวนในระบบ ทำให้ตัวแปรเปลี่ยน ดังนี้

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x} \tag{2.4}$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u} \tag{2.5}$$

โดยที่

$\Delta\mathbf{x}$ คือ การเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กของ $\mathbf{x}$

$\Delta\mathbf{u}$ คือ การเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กของ $\mathbf{u}$

จากสมการที่ (2.3), (2.4) และ (2.5) จะได้สมการใหม่ ดังนี้

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \dot{\mathbf{x}}_0 + \Delta\dot{\mathbf{x}} \\ &= \mathrm{f}\,[(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}), (\mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u})] \end{aligned} \tag{2.6}$$

กระจายในรูปของอนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor's Series) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \dot{x}_i = \dot{x}_{i0} + \Delta\dot{x}_i &= f_i[(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}), (\mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u})] \\ &= f_i(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) + \frac{\partial f_i}{\partial x_1}\Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n}\Delta x_n \\ &\quad + \frac{\partial f_i}{\partial u_1}\Delta u_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial u_r}\Delta u_r \end{aligned} \tag{2.7}$$

และจาก

$$\dot{x}_{i0} = f_{i0}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) = 0 \tag{2.8}$$

เมื่อทำการประมาณระบบให้เป็นระบบเชิงเส้น กับสมการที่ (2.7) และ (2.8) ได้เป็น

$$\Delta\dot{x}_i = \frac{\partial f_i}{\partial x_1}\Delta x_1 + \ldots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n}\Delta x_n + \frac{\partial f_i}{\partial u_1}\Delta u_1 + \ldots + \frac{\partial f_i}{\partial u_r}\Delta u_r \tag{2.9}$$

$$\Delta y_j = \frac{\partial g_j}{\partial x_1}\Delta x_1 + \ldots + \frac{\partial g_j}{\partial x_n}\Delta x_n + \frac{\partial g_j}{\partial u_1}\Delta u_1 + \ldots + \frac{\partial g_j}{\partial u_r}\Delta u_r \tag{2.10}$$

เมื่อทำการประมาณระบบเป็นระบบเชิงเส้น กับสมการที่ (2.9) และ (2.10) ได้เป็น

$$\Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{B}\Delta\mathbf{u} \tag{2.11}$$

$$\Delta\mathbf{y} = \mathbf{C}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{D}\Delta\mathbf{u} \tag{2.12}$$

โดยที่

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial u_r} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial u_r} \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial u_r} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial g_n}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial g_n}{\partial u_r} \end{bmatrix}$$

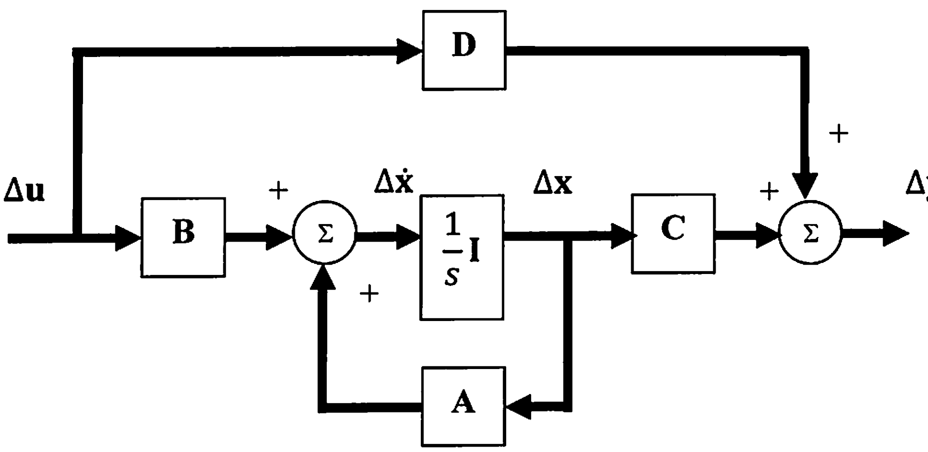
โดยที่

$\Delta\mathbf{x}$	คือ	เวกเตอร์สถานะของมิติ n ของการเปลี่ยนแปลงตัวแปรสถานะ
$\Delta\mathbf{y}$	คือ	เวกเตอร์สัญญาณออกของมิติ m ของการเปลี่ยนแปลงสัญญาณออก
$\Delta\mathbf{u}$	คือ	เวกเตอร์สัญญาณเข้าของมิติ m ของการเปลี่ยนแปลงสัญญาณเข้า
A	คือ	เมทริกซ์ของระบบ ขนาด $n \times n$
B	คือ	เมทริกซ์ของสัญญาณเข้า ขนาด $n \times r$
C	คือ	เมทริกซ์ของสัญญาณออก ขนาด $m \times n$
D	คือ	เมตริกซ์ของสัญญาณที่มีผลโดยตรงกับสัญญาณออก ขนาด $m \times r$

2.3 การวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบ

ในระบบที่สนใจ จะพิจารณากรณีของเสถียรภาพช่วงสัญญาณขนาดเล็ก (Small Signal Stability) ซึ่งเกี่ยวกับระบบขณะอยู่ที่จุดสมดุล (Equilibrium Point) แล้วเกิดการรบกวนขนาดเล็ก ทำให้สามารถประมาณเป็นระบบเชิงเส้นได้ โดยการแปลงลาปลาซ (Laplace Transform) จะได้สมการสถานะในโดเมนความถี่ ดังนี้

$$s\Delta\mathbf{x}(s) - \Delta\mathbf{x}(0) \quad = \quad \mathbf{A}\Delta\mathbf{x}(s) + \mathbf{B}\Delta\mathbf{u}(s) \tag{2.14}$$



ภาพประกอบที่ 2.1 แผนภาพของสเตทสเปซ

จากภาพประกอบที่ 2.1 แสดงแผนภาพของสมการสถานะในโดเมนความถี่ ที่กำหนดให้ $\Delta\mathbf{x}(0) = 0$ จะได้

$$(s\mathbf{I} - \mathbf{A})\Delta\mathbf{x}(s) = \Delta\mathbf{x}(0) + \mathbf{B}\Delta\mathbf{u}(s) \tag{2.15}$$

$\mathbf{I}$ คือ เวกเตอร์เอกลักษณ์ ดังนั้น

$$\Delta\mathbf{x}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}[\Delta\mathbf{x}(0) + \mathbf{B}\Delta\mathbf{u}(s)] \tag{2.16}$$

$$= \frac{\mathrm{adj}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})}{\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A})}[\Delta\mathbf{x}(0) + \mathbf{B}\Delta\mathbf{u}(s)] \tag{2.17}$$

det คือ ดีเทอร์มิแนนของเมทริกซ์

adj คือ แอดจอยท์ของเมทริกซ์

ค่าจุดขั้ว (pole) ของ $\Delta\mathbf{x}(s)$ จะเป็นค่ารากของสมการ $\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0$

2.3.1 ค่าไอเกนของเมทริกซ์สถานะ

$$\mathbf{A\Phi} = \lambda\mathbf{\Phi} \tag{2.18}$$

จัดสมการเพื่อหาค่าไอเกนได้โดย

$$(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{\Phi} = 0 \tag{2.19}$$

ค่าไอเกน หาได้ตามสมการที่ (2.20)

$$\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{\Phi} = 0 \tag{2.20}$$

โดยที่

A คือ แมทริกซ์ของระบบ ขนาด $n\ x\ n$

Φ คือ เมตริกซ์ขนาด $n\ x\ 1$

I คือ เมทริกซ์เอกลักษณ์

λ คือ ค่าไอเกนของเมทริกซ์ **A**

คุณลักษณะของระบบที่ขึ้นกับเวลานั้นจะเกี่ยวข้องกับค่าไอเกนด้วยค่า e^{λ_i} ดังนั้น เสถียรภาพของระบบสามารถอธิบายได้ด้วยค่าไอเกนดังนี้

1. ค่าไอเกนจริง (Real eigenvalue) จะตอบสนองกับลักษณะที่ไม่จัดว่าเป็นการแกว่ง โดยค่าไอเกนจริงเป็นค่าลบจะหมายถึงรูปแบบการลดลง (Decaying mode) และค่าไอเกนจริงเป็นค่าบวกจะแสดงลักษณะของความไม่เสถียรภาพของระบบ

2. ค่าไอเกนเชิงซ้อน (Complex eigenvalue) จะเกิดเป็นคู่ซึ่งแต่ละคู่จะตอบสนองกับรูปแบบการแกว่ง (Oscillation mode) ซึ่งค่าไอเกนเชิงซ้อนนี้คือ

$$\lambda = \sigma \pm j\omega_d \tag{2.21}$$

โดยที่

σ คือ ค่าไอเกนในส่วนของจำนวนจริง

ω_d คือ ค่าไอเกนในส่วนของจำนวนจินตภาพหรือความถี่แบบหน่วง

- จำนวนจริงเป็นค่าลบ คือ ตำแหน่งของค่าไอเกนอยู่ทางซ้ายมือของระนาบ S แสดงถึงระบบมีเสถียรภาพ

- จำนวนจริงเป็นค่าบวก คือ ตำแหน่งของค่าไอเกนอยู่ทางขวามือของระนาบ S หมายถึงเมื่อเกิดการรบกวนการแกว่งของกำลังไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจะขยายขนาดทำให้ขาดเสถียรภาพ ดังนั้น ถ้าค่าไอเกนอยู่ใกล้แกนจินตภาพมาทางขวามือมากเท่าไหร่แสดงว่าระบบเกิดสภาวะที่ไม่เสถียรภาพได้

ดังนั้นจากสมการของค่าไอเกนเชิงซ้อน ความถี่ของการแกว่ง (f) มีหน่วยเป็น Hz คือ

$$f = \frac{\omega_d}{2\pi} \tag{2.22}$$

และค่าอัตราส่วนการหน่วง (Damping ratio) คือ

$$\delta = \frac{-\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega d^2}} \tag{2.23}$$

อัตราส่วนการหน่วงนี้ จะเป็นตัวกำหนดอัตราการลดลงของขนาดของการแกว่งของกำลังไฟฟ้า

2.3.2 ไอเกนเวคเตอร์ (eigenvectors)

ไอเกนเวคเตอร์ขวา (Right Eigenvectors)

$$\mathbf{A\Phi}_i = \lambda_i \mathbf{\Phi}_i \tag{2.24}$$

$$i = 1, 2, \ldots\ldots n$$

โดยที่

λ_i คือ ไอเกนของเมทริกซ์ **A** ตัวที่ i

$\mathbf{\Phi}_i$ คือ ไอเกนเวคเตอร์ขวาของเมทริกซ์ **A** ตัวที่ i

ไอเกนเวคเตอร์ $\mathbf{\Phi}_i$ มีรูปแบบดังนี้

$$\mathbf{\Phi}_i = \begin{bmatrix} \Phi_{1i} \\ \Phi_{2i} \\ \vdots \\ \Phi_{ni} \end{bmatrix}$$

ไอเกนเวคเตอร์ซ้าย (Left Eigenvectors)

$$\mathbf{\Psi}_i\mathbf{A} = \lambda_i \mathbf{\Psi}_i \tag{2.25}$$

$$i = 1, 2, \ldots\ldots n$$

โดยที่

$\mathbf{\Psi}_i$ คือ ไอเกนเวคเตอร์ซ้ายของเมทริกซ์ **A** ตัวที่ i

2.4 ค่าตัวประกอบการมีส่วนร่วม (Participation factor: P)

คุณลักษณะของค่าตัวประกอบการมีส่วนร่วมนี้จะเป็นตัวบอกถึง ตำแหน่งที่มีผลต่อการแกว่งของกำลังไฟฟ้ามากที่สุดในระบบไฟฟ้าโดยจะบอกเป็นค่าระหว่าง 0 - 1.0 ค่าที่มากที่สุดแสดงถึงการมีผลต่อการแกว่งของกำลังไฟฟ้ามากที่สุด และตำแหน่งนี้เองจะเป็นตำแหน่งที่เหมาะสมในการติดตั้งอุปกรณ์ควบคุมที่จะช่วยลดปัญหาการแกว่งของกำลังไฟฟ้า

$$\mathbf{P} = [\mathbf{p}_1\ \mathbf{p}_2\ \cdots\ \mathbf{p}_n] \tag{2.26}$$

$$\mathrm{p}_{ki} = \Phi_{ki}\Psi_{ik} \tag{2.27}$$

$$P_i = \begin{bmatrix} \mathrm{p}_{1i} \\ \mathrm{p}_{2i} \\ \vdots \\ \mathrm{p}_{ni} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{1i}\Psi_{i1} \\ \Phi_{2i}\Psi_{i2} \\ \vdots \\ \Phi_{ni}\Psi_{in} \end{bmatrix}$$

โดยที่

Φ_{ki} คือ ไอเกนเวกเตอร์ขวา แถวที่ k หลักที่ i

Ψ_{ik} คือ ไอเกนเวกเตอร์ซ้าย แถวที่ i หลักที่ k

P คือ เมทริกซ์ของตัวประกอบการมีส่วนร่วม

ในบทนี้ได้กล่าวถึง ทฤษฎีของเสถียรภาพสัญญาณขนาดเล็ก ซึ่งประกอบด้วยสมการสถานะ ตัวแปรสถานะ ไอเกน ไอเกนเวกเตอร์ และตัวประกอบการมีส่วนร่วม ในบทต่อไปจะกล่าวถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากังหันลมชนิดเหนี่ยวนำแบบป้อนสองทาง