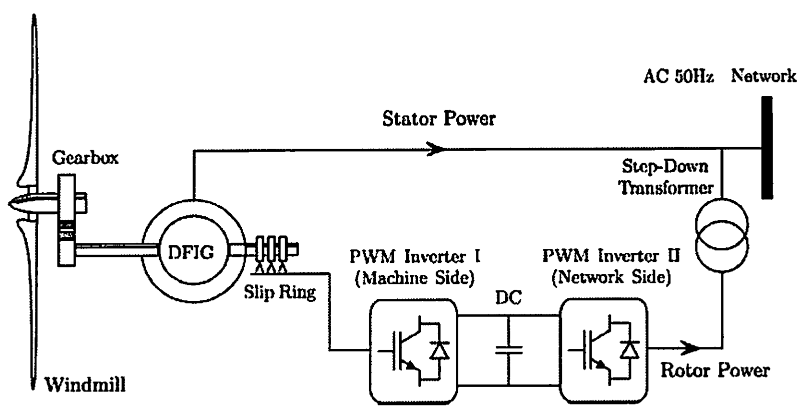
บทที่ 3
แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากังหันลม ชนิดเหนี่ยวนำแบบป้อนสองทาง

การศึกษาเสถียรภาพสัญญาณขนาดเล็ก จะต้องสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากังหันลมชนิดเหนี่ยวนำแบบป้อนสองทาง ตามภาพประกอบที่ 3.1 โดยการสร้างสมการทางพลวัต แสดงด้วยสเตทสเปซ เพื่อใช้จำลองการทำงานในสภาวะที่ถูกรบกวนต่างๆ หาจุดที่ระบบเสียเสถียรภาพได้



ภาพประกอบที่ 3.1 เครื่องกำเนิดไฟฟ้ากังหันลมชนิดเหนี่ยวนำแบบป้อนสองทาง (Lei, Mullane, Lightbody & Yacamini, 2006, pp. 258)

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากังหันลมชนิดเหนี่ยวนำแบบป้อนสองทาง มีขั้นตอนดังนี้

3.1 สมการแรงดันไฟฟ้าที่สเตเตอร์และโรเตอร์

เครื่องกำเนิดไฟฟ้ากังหันลมชนิดเหนี่ยวนำแบบป้อนสองทาง ตามภาพประกอบที่ 3.1 สามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย สมการแรงดันไฟฟ้าที่สเตเตอร์ในแนวแกน *dq0* และสมการแรงดันไฟฟ้าที่โรเตอร์ในแนวแกน *dq0* หาได้ตามสมการที่ (3.1) – (3.4) ดังนี้

แรงดันไฟฟ้าที่สเตเตอร์ในแนวแกน *dq0*

$$V_{ds} = P\Psi_{ds} + \frac{\omega}{\omega_b}\Psi_{qs} - R_s i_{ds} \tag{3.1}$$

$$V_{qs} = P\Psi_{qs} - \frac{\omega}{\omega_b}\Psi_{ds} - R_s i_{qs} \tag{3.2}$$

แรงดันไฟฟ้าที่โรเตอร์ในแนวแกน dq0

$$V_{dr} = P\Psi_{dr} + \left(\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b}\right)\Psi_{qr} + R_r i_{dr} \tag{3.3}$$

$$V_{qr} = P\Psi_{qr} - \left(\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b}\right)\Psi_{dr} + R_r i_{qr} \tag{3.4}$$

ฟลั๊กซ์ร่วม (Flux linkage)

$$\Psi_{ds} = L_{ss} i_{ds} - L_m i_{dr} \tag{3.5}$$

$$\Psi_{qs} = L_{ss} i_{qs} - L_m i_{qr} \tag{3.6}$$

$$\Psi_{dr} = L_{rr} i_{dr} - L_m i_{ds} \tag{3.7}$$

$$\Psi_{qr} = L_{rr} i_{qr} - L_m i_{qs} \tag{3.8}$$

$$L_{ss} = L_{ls} + L_m \tag{3.9}$$

$$L_{rr} = L_{lr} + L_m \tag{3.10}$$

โดยที่

V_{ds} คือ แรงดันไฟฟ้าที่สเตเตอร์ในสภาวะชั่วขณะในแนวแกน d

V_{qs} คือ แรงดันไฟฟ้าที่สเตเตอร์ในสภาวะชั่วขณะในแนวแกน q

V_{dr} คือ แรงดันไฟฟ้าที่โรเตอร์ในสภาวะชั่วขณะในแนวแกน d

V_{qr} คือ แรงดันไฟฟ้าที่โรเตอร์ในสภาวะชั่วขณะในแนวแกน q

i_{ds} คือ กระแสไฟฟ้าที่สเตเตอร์ในสภาวะชั่วขณะในแนวแกน d

i_{qs} คือ กระแสไฟฟ้าที่สเตเตอร์ในสภาวะชั่วขณะในแนวแกน q

i_{dr} คือ กระแสไฟฟ้าที่โรเตอร์ในสภาวะชั่วขณะในแนวแกน d

i_{qr} คือ กระแสไฟฟ้าที่โรเตอร์ในสภาวะชั่วขณะในแนวแกน q

ω คือ ความเร็วเชิงมุมที่สเตเตอร์

ω_r คือ ความเร็วเชิงมุมที่โรเตอร์

ω_b คือ ค่าฐานของความเร็วเชิงมุม

P คือ ค่าอนุพันธ์

Ψ_{ds} คือ ฟลั๊กแม่เหล็กเชื่อมโยงที่สเตเตอร์ในแนวแกน d

Ψ_{qs} คือ ฟลั๊กแม่เหล็กเชื่อมโยงที่สเตเตอร์ในแนวแกน q

Ψ_{dr} คือ ฟลั๊กแม่เหล็กเชื่อมโยงที่โรเตอร์ในแนวแกน d

Ψ_{qr} คือ ฟลั๊กแม่เหล็กเชื่อมโยงที่โรเตอร์ในแนวแกน q
L_{ss} คือ อินดัคแตนซ์ของสเตเตอร์
L_{rr} คือ อินดัคแตนซ์ของโรเตอร์
L_{ls} คือ อินดัคแตนซ์รั่วของสเตเตอร์
L_{lr} คือ อินดัคแตนซ์รั่วของโรเตอร์
L_m คือ อินดัคแตนซ์ร่วม

3.2 สมการแรงดันไฟฟ้าที่สเตเตอร์และโรเตอร์ในรูปหนึ่งหน่วย

จัดรูปแบบแรงดันไฟฟ้าที่สเตเตอร์ในแนวแกน *dq0* และแรงดันไฟฟ้าที่โรเตอร์ในแนวแกน *dq0* ให้อยู่ในรูปหนึ่งหน่วยได้ตามสมการที่ (3.11) – (3.14) ดังนี้

แรงดันไฟฟ้าที่สเตเตอร์ในแนวแกน *dq0* ในรูปหนึ่งหน่วย

$$\bar{V}_{ds} = \bar{P}\bar{\Psi}_{ds} + \frac{\omega}{\omega_b}\bar{\Psi}_{qs} - \bar{R}_s\bar{\iota}_{ds} \tag{3.11}$$

$$\bar{V}_{qs} = \bar{P}\bar{\Psi}_{qs} - \frac{\omega}{\omega_b}\bar{\Psi}_{ds} - \bar{R}_s\bar{\iota}_{qs} \tag{3.12}$$

แรงดันไฟฟ้าที่โรเตอร์ในแนวแกน *dq0* ในรูปหนึ่งหน่วย

$$\bar{V}_{dr} = \bar{P}\bar{\Psi}_{dr} + \left(\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b}\right)\bar{\Psi}_{qr} + \bar{R}_r\bar{\iota}_{dr} \tag{3.13}$$

$$\bar{V}_{qr} = \bar{P}\bar{\Psi}_{qr} - \left(\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b}\right)\bar{\Psi}_{dr} + \bar{R}_r\bar{\iota}_{qr} \tag{3.14}$$

3.3 สมการพีชคณิตของแรงดันไฟฟ้าที่สเตเตอร์

สมการแรงดันไฟฟ้าที่สภาวะคงตัว หาได้จากสมการแรงดันไฟฟ้าชั่วครู่ของตัวอยู่กับที่ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเหนี่ยวนำ โดยให้ $\bar{P}\bar{\Psi}_{ds} = 0$ จะได้สมการที่ขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าตามสมการที่ (3.15) และ (3.16) ดังนี้

$$\bar{V}_{DS} = \bar{E}'_D + \bar{X}'I_{QS} - \bar{R}_s\bar{I}_{DS} \tag{3.15}$$

$$\bar{V}_{QS} = \bar{E}'_Q - \bar{X}'I_{DS} - \bar{R}_s\bar{I}_{QS} \tag{3.16}$$

โดยที่ $\bar{E}'_D$, $\bar{E}'_Q$ และ $\bar{X}'$ หาได้ตามสมการที่ (3.17), (3.18) และ (3.19) ตามลำดับ ดังนี้

$$\bar{E}'_D = -\left(\frac{\omega_s}{\omega_b}\right)\left(\frac{\bar{L}_m}{\bar{L}_{rr}}\right)\bar{\Psi}_{qr} \tag{3.17}$$

$$\bar{E}'_Q = \left(\frac{\omega_s}{\omega_b}\right)\left(\frac{\bar{L}_m}{\bar{L}_{rr}}\right)\bar{\Psi}_{dr} \tag{3.18}$$

$$\bar{X}' = \left(\frac{\omega_s}{\omega_b}\right)\left(\bar{L}_{ss} - \frac{\bar{L}_m^2}{\bar{L}_{rr}}\right) \tag{3.19}$$

โดยที่

$\bar{V}_{DS}$ คือ แรงดันไฟฟ้าที่ขั้วของสเตเตอร์ในสภาวะคงตัวในแนวแกน D

$\bar{V}_{QS}$ คือ แรงดันไฟฟ้าที่ขั้วของสเตเตอร์ในสภาวะคงตัวในแนวแกน Q

$\bar{E}'_D$ คือ แรงดันไฟฟ้าภายในชั่วครู่ที่สร้างขึ้นที่สเตเตอร์ในสภาวะคงตัวในแนวแกน D

$\bar{E}'_Q$ คือ แรงดันไฟฟ้าภายในชั่วครู่ที่สร้างขึ้นที่สเตเตอร์ในสภาวะคงตัวในแนวแกน Q

$\bar{I}_{DS}$ คือ กระแสไฟฟ้าของสเตเตอร์ในสภาวะคงตัวในแนวแกน D

$\bar{I}_{QS}$ คือ กระแสไฟฟ้าของสเตเตอร์ในสภาวะคงตัวในแนวแกน Q

$\bar{R}_s$ คือ ความต้านทานของสเตเตอร์

$\bar{X}'$ คือ รีแอคแตนซ์ที่สภาวะชั่วครู่

ω_r คือ ความเร็วเชิงมุมของโรเตอร์

3.4 สมการพลวัตของแรงดันไฟฟ้าที่สเตเตอร์

สมการพลวัตของแรงดันไฟฟ้าที่สเตเตอร์ หาได้ในสมการที่ (3.20) และ (3.21) โดยมี T_0 คือ ค่าเวลาคงตัวในสภาวะชั่วครู่ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

$$\bar{P}\bar{E}'_D = -\left(\frac{\bar{\omega}_s\bar{L}_m}{\bar{L}_{rr}}\right)\bar{V}_{qr} - s\bar{\omega}_s\bar{E}'_Q - \frac{1}{\bar{T}_0}\{\bar{E}'_D - (\bar{X}_s - \bar{X}')\bar{\imath}_{qs}\} \tag{3.20}$$

$$\bar{P}\bar{E}'_Q = \left(\frac{\bar{\omega}_s\bar{L}_m}{\bar{L}_{rr}}\right)\bar{V}_{dr} + (\bar{\omega}_s - \bar{\omega}_r)\bar{E}'_D - \frac{1}{\bar{T}_0}\{\bar{E}'_Q + (\bar{X}_s - \bar{X}')\bar{\imath}_{ds}\} \tag{3.21}$$

3.5 สมการแรงบิดทางไฟฟ้า

แรงบิดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า หาได้ตามสมการที่ (3.22) ดังนี้

$$T_e = \Psi_{qr}\, i_{dr} - \Psi_{dr}\, i_{qr} \tag{3.22}$$

ค่าอนุพันธ์ของความเร็ว หาได้ตามสมการที่ (3.23) ดังนี้

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{2H}(T_m - T_e) \tag{3.23}$$

หรือค่าอนุพันธ์ของสลิป หาได้ตามสมการที่ (3.24) ดังนี้

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{2H}(T_m - T_e) \tag{3.24}$$

หาค่ากำลังไฟฟ้า หาได้ตามสมการที่ (3.25) ดังนี้

$$P = E_D\, I_{DS} + E_Q\, I_{QS} \tag{3.25}$$

$$P = T_e \omega_s \tag{3.26}$$

แรงบิดของทางไฟฟ้า หาได้ตามสมการที่ (3.27) ดังนี้

$$T_e = \frac{E_D I_{DS} + E_Q I_{QS}}{\omega_s} \tag{3.27}$$

ค่าอนุพันธ์ของสลิป หาได้ตามสมการที่ (3.28) ดังนี้

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{2H}\left(T_m - \frac{E_D I_{DS} + E_Q I_{QS}}{\omega_s}\right) \tag{3.28}$$

P คือ กำลังไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเหนี่ยวนำหนึ่งหน่วย

H คือ ค่าคงที่ของโมเมนต์แรงเฉื่อยของตัวหมุนหนึ่งหน่วย

T_e คือ แรงบิดทางไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าหนึ่งหน่วย

T_m คือ แรงบิดทางกลของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าหนึ่งหน่วย

s คือ สลิปของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าหนึ่งหน่วย

3.6 สมการเชิงเส้นของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเหนี่ยวนำแบบป้อนสองทาง

ระบบไฟฟ้าที่ทดสอบเป็นระบบที่ไม่เชิงเส้น ในการศึกษาเสถียรภาพสัญญาณขนาดเล็กเป็นการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กรอบจุดสมดุล จึงเปลี่ยนแปลงให้เป็นระบบเชิงเส้น เพื่อหาค่าไอเกน

และค่าตัวประกอบการมีส่วนร่วม จากสมการพลวัตของแรงดันไฟฟ้าที่สเตเตอร์ แปลงให้เป็นสมการเชิงเส้นตามสมการที่ (3.30), (3.32) และ (3.34) ดังนี้

$$P\left(\bar{E}'_Q + \Delta\bar{E}'_Q\right) = \frac{\partial}{\partial\bar{V}_{DR}}\left(\frac{\bar{\omega}_s\bar{L}_m}{\bar{L}_{rr}}\right)\bar{V}_{DR}\Delta\bar{V}_{DR} + \frac{\partial}{\partial S}(S\bar{\omega}_s\bar{E}'_D)\Delta S + \frac{\partial}{\partial\bar{E}'_D}(S\bar{\omega}_s\bar{E}'_D)\Delta\bar{E}'_D$$

$$-\frac{\partial}{\partial\bar{E}'_Q}\left(\frac{\bar{E}'_Q}{\bar{T}_0}\right)\Delta\bar{E}'_Q - \frac{\partial}{\partial\bar{I}_{DS}}\left(\frac{\bar{X}_s - \bar{X}'}{\bar{T}_0}\right)\bar{I}_{DS}\Delta\bar{I}_{DS} \qquad (3.29)$$

$$P\Delta\bar{E}'_Q = \left(\frac{\bar{\omega}_s\bar{L}_m}{\bar{L}_{rr}}\right)\Delta\bar{V}_{DR} + (\bar{\omega}_s\bar{E}'_D)\Delta S + (S\bar{\omega}_S)\Delta\bar{E}'_D - \frac{1}{\bar{T}_0}\Delta\bar{E}'_Q$$

$$-\left(\frac{\bar{X}_s - \bar{X}'}{\bar{T}_0}\right)\Delta\bar{I}_{DS} \qquad (3.30)$$

$$P(\bar{E}'_D + \Delta\bar{E}'_D) = -\frac{\partial}{\partial V_{QR}}\left(\frac{\bar{\omega}_s\bar{L}_m}{\bar{L}_{rr}}\right)V_{QR}\Delta V_{QR} - \frac{\partial}{\partial S}(S\bar{\omega}_s\,\bar{E}'_Q)\Delta S$$

$$-\frac{\partial}{\partial\bar{E}'_Q}(S\bar{\omega}_s\bar{E}'_Q)\Delta\bar{E}'_Q \qquad (3.31)$$

$$P\Delta E'_D = -\left(\frac{\bar{\omega}_s\bar{L}_m}{\bar{L}_{rr}}\right)\Delta V_{QR} - (\bar{\omega}_s\bar{E}'_Q)\Delta S - (S\bar{\omega}_s)\Delta\bar{E}'_Q - \frac{1}{T_0}\Delta\bar{E}'_D$$

$$+\left(\frac{\bar{X}_s - \bar{X}'}{T_0}\right)\Delta I_{QS} \qquad (3.32)$$

$$P(S_0 + \Delta S) = \frac{1}{2H}\left\{\bar{T}_m - \frac{\partial}{\partial\bar{E}'_D}\left(\frac{\bar{E}'_D\bar{I}'_{DS}}{\bar{\omega}_s}\right)\Delta\bar{E}'_D - \frac{\partial}{\partial\bar{I}'_{DS}}\left(\frac{\bar{E}'_D\bar{I}'_{DS}}{\bar{\omega}_s}\right)\Delta\bar{I}'_{DS}\right.$$
$$\left.-\frac{\partial}{\partial\bar{E}'_Q}\left(\frac{\bar{E}'_Q\bar{I}'_{QS}}{\bar{\omega}_s}\right)\Delta\bar{E}'_Q - \frac{\partial}{\partial\bar{I}'_{QS}}\left(\frac{\bar{E}'_Q\bar{I}'_{QS}}{\bar{\omega}_s}\right)\Delta\bar{I}'_{QS}\right\} \qquad (3.33)$$

$$P\Delta S = \frac{1}{2H}\left\{\bar{T}_m - \left(\frac{\bar{I}'_{DS}}{\bar{\omega}_s}\right)\Delta\bar{E}'_D - \left(\frac{\bar{E}'_D}{\bar{\omega}_s}\right)\Delta\bar{I}'_{DS} - \left(\frac{\bar{I}'_{QS}}{\bar{\omega}_s}\right)\Delta\bar{E}'_Q - \left(\frac{\bar{E}'_Q}{\bar{\omega}_s}\right)\Delta\bar{I}'_{QS}\right\} \qquad (3.34)$$

นำสมการที่ (3.30), (3.32) และ (3.34) มาจัดสมการใหม่ ได้ดังนี้

$$P\Delta E'_Q = -\frac{1}{T_0}\Delta\bar{E}'_Q + (S\omega_S)\Delta\bar{E}'_D + (\omega_s\bar{E}'_D)\Delta S + \left(\frac{\omega_s\bar{L}_m}{\bar{L}_{rr}}\right)\Delta V_{DR} - \left(\frac{\bar{X}_s - \bar{X}'}{T_0}\right)\Delta I_{DS}$$

$$P\Delta E_D' = -(S\bar{\omega}_s)\Delta\bar{E}_Q' - \frac{1}{T_0}\Delta\bar{E}_D' - (\bar{\omega}_s\bar{E}_Q')\Delta S - \left(\frac{\bar{\omega}_s\bar{L}_m}{\bar{L}_{rr}}\right)\Delta V_{QR} + \left(\frac{\bar{X}_s - \bar{X}'}{T_0}\right)\Delta I_{QS}$$

$$P\Delta S = -\left(\frac{\bar{I}_{QS}'}{2H\bar{\omega}_s}\right)\Delta\bar{E}_Q' - \left(\frac{\bar{I}_{DS}'}{2H\bar{\omega}_s}\right)\Delta\bar{E}_D' + \frac{\bar{T}_m}{2H} - \left(\frac{\bar{E}_Q'}{2H\bar{\omega}_s}\right)\Delta\bar{I}_{QS}' - \left(\frac{\bar{E}_D'}{2H\bar{\omega}_s}\right)\Delta\bar{I}_{DS}'$$

สมการพลวัตเชิงเส้นของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเหนี่ยวนำ จัดให้อยู่ในระบบเมทริกซ์ตามสมการที่ (3.35) ดังนี้

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{\bar{E}}_Q'\\ \Delta\dot{\bar{E}}_D'\\ \Delta\dot{S}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_0} & S\omega_S & \omega_s\bar{E}_D' \\ -S\bar{\omega}_s & -\frac{1}{T_0} & -\bar{\omega}_s\bar{E}_Q' \\ -\frac{\bar{I}_{QS}'}{2H\bar{\omega}_s} & -\frac{\bar{I}_{DS}'}{2H\bar{\omega}_s} & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta E_Q'\\ \Delta E_D'\\ \Delta S\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\frac{\omega_s\bar{L}_m}{\bar{L}_{rr}} & 0 & 0\\ 0 & -\frac{\bar{\omega}_s\bar{L}_m}{\bar{L}_{rr}} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{2H}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta V_{DR}\\ \Delta V_{QR}\\ \Delta\bar{T}_m\end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} 0 & -\frac{\bar{X}_s - \bar{X}'}{T_0} \\ \frac{\bar{X}_s - \bar{X}'}{T_0} & 0 \\ -\frac{\bar{E}_Q'}{2H\bar{\omega}_s} & -\frac{\bar{E}_D'}{2H\bar{\omega}_s}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta I_{QS}\\ \Delta I_{DS}\end{bmatrix} \qquad (3.35)$$

เพื่อความสะดวกในการคำนวณ ตัวแปรทั้งหมดจะอยู่ในรูปหนึ่งหน่วย จึงได้สมการใหม่ตามสมการที่ (3.36) ดังนี้

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{E}_Q'\\ \Delta\dot{E}_D'\\ \Delta\dot{S}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_0} & S\omega_S & \omega_s E_D' \\ -S\omega_s & -\frac{1}{T_0} & -\omega_s E_Q' \\ -\frac{I_{QS}'}{2H\omega_s} & -\frac{I_{DS}'}{2H\omega_s} & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta E_Q'\\ \Delta E_D'\\ \Delta S\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\frac{\omega_s L_m}{L_{rr}} & 0 & 0\\ 0 & -\frac{\omega_s L_m}{L_{rr}} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{2H}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta V_{DR}\\ \Delta V_{QR}\\ \Delta T_m\end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} 0 & -\frac{X_s - X'}{T_0} \\ \frac{X_s - X'}{T_0} & 0 \\ -\frac{E_Q'}{2H\omega_s} & -\frac{E_D'}{2H\omega_s}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta I_{QS}\\ \Delta I_{DS}\end{bmatrix} \qquad (3.36)$$